

自然歪を用いた大変形弾塑性解析  
(接線係数に基づく降伏応力の推定について)

Elasto-plastic Analysis for Large Deformation using Natural Strain  
(Estimation of Yield Stress based on Tangent Modulus)

○土屋 貴寛<sup>1</sup>, 藤岡 拓未<sup>2</sup>, 加藤 保之<sup>3</sup>  
Takahiro TSUCHIYA<sup>1</sup>, Takumi FUJIOKA<sup>2</sup>, Yasuyuki KATO<sup>3</sup>

Abstract: The method for estimation of yield stress, which is determined from the tangent modulus of the principal deviatoric stress- deviatoric strain curve, is examined on the basis of the Natural Strain theory. As the most fundamental case, the pre-deformations, i.e., the large uni-axial tension, the large simple shear and the proportional deformation of them, are investigated under different strain hardening conditions. In this paper, the yield stress at the opposite side of these pre-deformations is estimated on the basis of the magnitude of tangent modulus at re-yielding.

1. 緒言

本研究では、自然歪理論に基づき降伏応力を決定する方法を検討して行く。延性材料では、変形の増加とともに歪硬化により応力も増加し、有限変形を受けた材料の後続降伏応力は初期の微小変形下の降伏応力に比べ増大する。また、降伏点があきらかにないため降伏応力を明確に決定することが難しいと考えられる。そこで、降伏応力の決定方法としては、一般にある規定された残留歪が生じるときの応力を降伏応力とする耐力による推定方法が採用されている。しかし、予変形を与えた方向と逆側の領域では偏差主応力-偏差主歪線図が緩やかな曲線となるため、残留歪の大きさによって降伏応力を決定するこの耐力による方法では、実際の降伏応力を的確に推定することはできないと考えられる。そこで、本研究では、降伏応力の推定方法として、予変形で既に確定している降伏時の偏差主応力-偏差主歪線図の接線係数に基づいて前述の逆側の領域の降伏応力を決定する方法を採用して行く。特に、本報では最も基本的な単軸引張と変形量の大きさに応じて剛体回転が発生する単純剪断、そしてこれらの予変形の複合変形である引張と剪断の比例負荷の場合の三通りの予変形に対して検討する。

2. 降伏応力の推定方法

予変形を受けた材料の再降伏時の降伏応力の値は、予変形の除荷直前の応力から確定することができる(それ

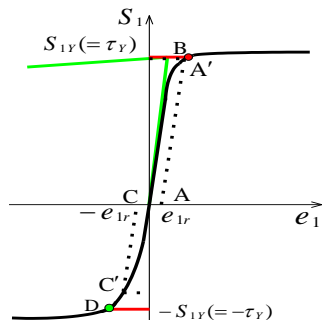


Fig.1 Principal Stress - Principal Strain Diagram

は図1中のA'点の赤のプロット(●)で表される)。本研究では偏差主応力-偏差主歪線図上のこの点を通る降伏時の接線係数を決定することができるので、予変形と逆方向側の降伏応力を決定する方法としては、再負荷側で既に確定しているこの降伏時の接線係数と同一値となる応力(図1中のD点の緑のプロット(●))を逆方向側の降伏応力と推定することにする。

3. 接線係数の算出方法と歪硬化係数hについて

降伏前後に発生する緩やかな曲線領域の偏差主応力を式(1)の実験式で表すこととする。

$$S_1 = a(1 - \exp(-be_1)) + ce_1 + d \quad (1)$$

但し、上式の係数a, b, c, dは、実験結果と一致するように非線形最小自乗法(レーベンバーグ・マルカート法)で決定する。更に、上式を微分することで接線係数の分布式は、

$$\frac{dS_1}{de_1} = -ab \exp(-be_1) + c \quad (2)$$

となり、これより降伏時の接線係数を推定することができる。一方で歪硬化係数hについてはこの降伏時の接線係数を用いて式(3)のように表すことができる。

$$h = \frac{2G}{dS_1} - 1 \quad (3)$$

但し、式(3)中のGは、剪断弾性係数である。前章で説明したようにこの歪硬化係数hが予変形時の既知の降伏応力(図1中のB点)に基づいて推定したある特定の値以上になった時の応力の値をもって、予変形と逆方向側の降伏応力(図1中のD点)と推定する。

4. 実験方法

本実験は大きく2段階から構成されている。最初に試験片に大きな予変形を与える実験を行い、次にその大きな予変形を与えた試験片に3軸ゲージを装着して再度負

1: 日大理工・学部・機械, 2: 日大理工・院(前)・機械, 3: 日大理工・教員・機械

荷（予変形と同一方向並びに逆方向の負荷）を加えて歪を測定し、自然歪理論に基づき主歪を求めて、偏差主応力-偏差主歪線図を描き、前述の方法に基づき降伏応力を推定する実験を行う。本実験では、高純度のタフピッチ銅（純度 99.99%）の焼き鈍し円筒試験片を採用する。また、単軸引張の予変形の測定には、試験片の標点部に抱かせた円盤形状の治具に変位計を取付け試験片標点間の伸びの計測を行う。なお、試験片に与える予変形としては単軸引張(90[deg.])と単純剪断（45[deg.]）と引張と剪断の複合変形（65[deg.]）の3種類である。

予変形と同一方向に行う降伏時の接線係数を調べるための実験は、予変形の大きさを段階的に変えて行い、それらの実験条件は、引張変形では $\lambda = 1.05, 1.1, 1.15, 1.2, 1.3$ の5段階、剪断変形で $\lambda = 1.1, 1.16, 1.2, 1.3$ の4段階、複合変形では $\lambda = 1.1, 1.2, 1.3$ の3段階である。

一方で、予変形と逆方向側の降伏応力値を決定するための実験については、 $\lambda = 1.1, 1.2, 1.3$ の3段階である。

### 5. 実験結果と考察

図2は、一例として単軸引張で予変形量が $\lambda = 1.3$ の場合に対して、予変形と同一方向に再負荷を行った時と逆方向に再負荷を行った時の偏差主応力-偏差主歪線図の結果を同時に描いたものである。降伏時の応力は図2中の緑色の線で表された予変形の最終応力値から既に明らかになっており、それは図中のB点で表される。また、図中の赤色の曲線は実験式(1)を用いて決定したものである。すでに明らかになっている再降伏時の降伏応力、すなわち赤のプロット(●)が、実験式で定めた赤色の曲線上に存在する位置の接線係数を求めることで、降伏時の接線係数を決定することができる。そして、逆方向側でこの接線係数の値と一致するところの応力を、逆方向側の降伏応力と推定した結果が緑のプロット(●)である。これに対して、残留歪の値から逆方向側の耐力を求めた結果が青のプロット(●)である。これらのプロットの位置関係から明らかなように、接線係数から求めた降伏応力に比べて耐力に基づく方法は、逆方向側では降伏応力をかなり小さく推定してしまう。

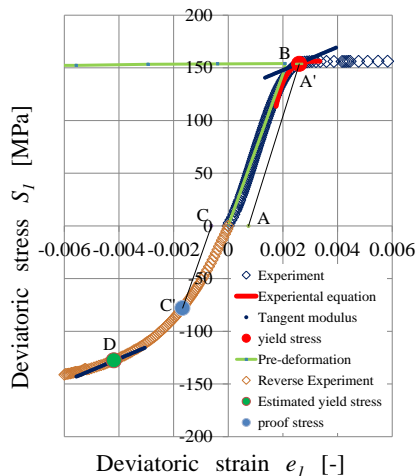


Fig.2 Principal Stress – Principal Strain Diagram ( $\lambda=1.3$ )

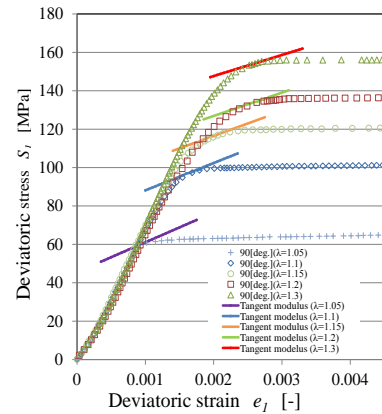


Fig.3 Principal Stress-Principal Strain Diagram (Uni-axial tension)

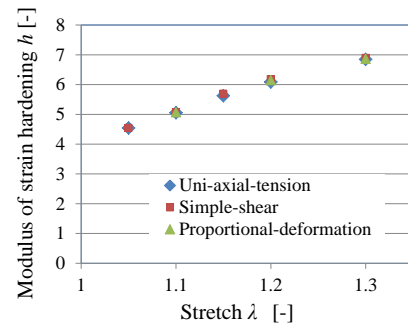


Fig.4 Modulus of Strain Hardening – Stretch Diagram

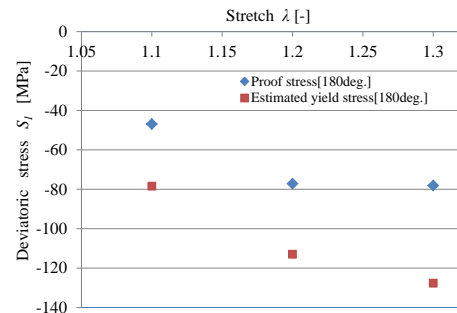


Fig.5 Comparison of Estimated Yield Stress and Proof Stress

次に、予変形量と降伏時の接線係数の関係を、一例として単軸引張で説明する。図3から、予変形量が増加するにつれて、降伏時の接線の傾きが緩やかになり、降伏時の接線係数は減少傾向を示すことがわかる。そして、これらの接線係数を式(3)に代入して歪硬化係数  $h$  を求め、予変形量の大きさとの関係を表した結果が図4である。予変形量が増加すると歪硬化係数  $h$  の値も上昇するが、予変形量が $\lambda = 1.2$ を過ぎたあたりから徐々にその増加量が停留し、 $h$ の値は一定値に近づく。また、この図から歪硬化係数  $h$ の傾向は、3種類の予変形のタイプに依存していないことが分かる。最後に接線係数に基づいて推定した降伏応力値を図5に示す。この図で赤のプロットで記されている接線係数に基づく本手法の結果は、青のプロットの耐力に比べて(マイナス側に)大きな値となる。

### 6. 結言

本研究では、予変形量の大きさを段階的に変えて異なる歪硬化の下で本手法と従来の耐力の結果を比較した。今後は予変形の履歴の影響等を更に検討する予定である。