

巡回セールスマン問題における局所探索法の提案

Local search Algorithm for Traveling Salesman Problem

○叶 暁強¹, 浜松 芳夫², 星野 貴弘²

*XiaoQiang Ye¹, Yoshio Hamamatsu², Takahiro Hoshino²

Abstract: In this study, we propose a local search algorithm of the traveling-salesman problem. Proposed algorithm is combined with 3-opt algorithm and the 2-opt algorithm. 3-opt algorithm and 2-opt algorithm are the methods of replacing and improving 2 or 3 branches. We compared the result by using TSPLIB for discuss the accuracy and computing time of 3-opt algorithm and the proposed method. As a result, the proposed algorithm finds shorter routes than 3-opt algorithm.

1. はじめに

本研究では、巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem, TSP) を対象とする。巡回セールスマン問題とは、与えられる全ての都市をそれぞれ一回ずつ訪問してから、はじめの都市に戻る巡回路の内、最短距離となるものを求める問題である。巡回セールスマン問題の応用として、配送計画問題や回路基板穿孔問題などが挙げられ、TSP の解法によりさまざまな分野での作業の効率化や費用の削減に貢献することができる。

都市数が n 個の問題では、巡回路は全部で $(n-1)!/2$ 通りである。したがって、問題の規模によっては全通りの巡回路を調べることは困難である。このような背景から、巡回セールスマン問題に対する求められる解の精度に保証がある近似解法の研究が行われてきた^[1]。

巡回セールスマン問題に対する近似解法は構築法と改善法がある。本研究で提案する近似解法は、改善法の局所探索法により、2-opt 法と 3-opt 法を組み合わせることで効率的な改善法を提案する。本研究の有効性を検討するため、2-opt 法、3-opt 法と提案手法を適用し、解の精度および計算時間の比較を行う。

2. 改善法

TSP における代表的な改善法である 2-opt 法と 3-opt 法は既存の巡回路に対し、2 本または 3 本の枝をつなぎ直し、別の巡回路を作ることで改善する方法である。

< 2.1 > 2-opt 算法 Fig.1 のように現在の巡回路の 2 本の枝 (a,d) と (c,b) のコストと、この枝を切り離し、再び巡回路になるようにつなぎ直した (a,b) と (c,d) のコストを比較し、改善された場合には巡回路を更新する。ハミルトン閉路を構成するためには (a,c) と (b,d) を結ぶことが出来ないため、(a,d) と (c,b) を選択した時点でつなぎ直し方は (a,b) と (c,d) の 1 通りに定まる。 n 都市の問題において、2 本の枝の候補は全部で約 $nC_2 = n(n-1)/2$ 通りである。具体的なアルゴリズムは以下の通りである。

1. 初期巡回路を作る。

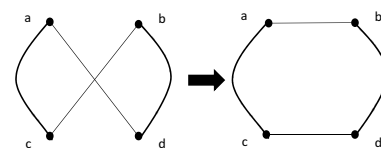


Fig. 1: 2-opt algorithm

2. 任意の 2 本の枝 (a,b) と (c,d) に対して、
 $C_{ab} + C_{cd} < C_{ad} + C_{cb}$ となる枝がなければ終了。
3. $C_{ab} + C_{cd} < C_{ad} + C_{cb}$ となる枝があれば枝 (a,d) と (c,b) を枝 (a,b) と (c,d) とでつなぎ直して新しい巡回路を作り、2 に戻る。

< 2.2 > 3-opt 算法 3-opt 法は 2-opt 法の拡張である。Fig.2 のように、現在の巡回路の 3 本の枝 (a,d), (c,f), (b,e) のコストと、この枝を切り離し、再び巡回路になるようにつなぎ直した 4 通り (Fig.2 では (a,d), (c,f), (b,e)) のコストを比較し、改善された場合には巡回路を更新する。3-opt 法と 2-opt 法の相違点は、切り離す枝の本数である。2-opt 法は枝の本数が 2 本であるため、加える枝は一意に定まるが、3-opt 法の場合は 3 本であるため、枝のつなぎ方は全部で 4 通りである。3-opt 法の候補は全部で約 $nC_3 = n(n-1)(n-2)/6$ 通りである。以下に具体的なアルゴリズムを示す。

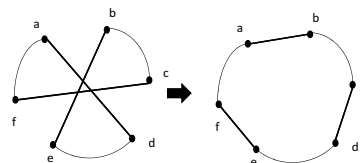


Fig. 2: 3-opt algorithm

1. 初期巡回路を一つ作る。
2. 任意の 3 本の枝 (a,d), (c,f), (b,e) に対して、
 $(C_{ac} + C_{bd} + C_{ef}) < (C_{ad} + C_{cf} + C_{be})$,
 $(C_{ab} + C_{ce} + C_{fd}) < (C_{ad} + C_{cf} + C_{be})$,
 $(C_{ab} + C_{cd} + C_{ef}) < (C_{ad} + C_{cf} + C_{be})$,
 $(C_{ae} + C_{bf} + C_{cd}) < (C_{ad} + C_{cf} + C_{be})$ となる枝がなければ終了。
3. 2 改善があれば 4 つのつなぎ直し方の内、最も改善量の大きい枝でつなぎ直し、2 に戻る。

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

3. 提案手法

本研究では、3-opt 法と 2-opt 法を同時に用いることでより改善効果が高い手法を提案する。提案する改善法は、3-opt の操作と 3-opt で対象となった 6 都市 (a,d,c,f,b,e) の内、4 都市に対して 2-opt における比較・改善処理を行う。したがって、6 都市から 4 都市をハミルトン閉路になるように選ぶ方法は、3 通りであるため、その 3 組の都市すべてに対して 2-opt 法の比較・改善処理を行うものとする。3-opt 法では、4 通りのつなぎ直し方があるため提案手法における一回あたりの比較・改善処理は Fig.3 のように合計 7 通りである。これらの内、最も改善量が大きい接続方法を採用する。

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= (C_{ad} + C_{cf} + C_{be}) - (C_{ac} + C_{bd} + C_{ef}) \\
 Y_2 &= (C_{ad} + C_{cf} + C_{be}) - (C_{ab} + C_{ce} + C_{fd}) \\
 Y_3 &= (C_{ad} + C_{cf} + C_{be}) - (C_{ab} + C_{cd} + C_{ef}) \\
 Y_4 &= (C_{ad} + C_{cf} + C_{be}) - (C_{ae} + C_{bf} + C_{cd}) \\
 Y_5 &= (C_{ad} + C_{be}) - (C_{ae} + C_{bd}) \\
 Y_6 &= (C_{be} + C_{cf}) - (C_{bf} + C_{ce}) \\
 Y_7 &= (C_{ad} + C_{cf}) - (C_{ac} + C_{df})
 \end{aligned}$$

1. 任意の 3 本の枝 (a,d), (c,f), (b,e) に対して削減量 ($Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7$) を計算する。 $Y_1 \sim Y_7$ がすべて負であれば終了する。
2. $Y_1 \sim Y_7$ の内最大値を与える枝をつなぎ直しを行い、新しい巡回路とする、1 に戻る。

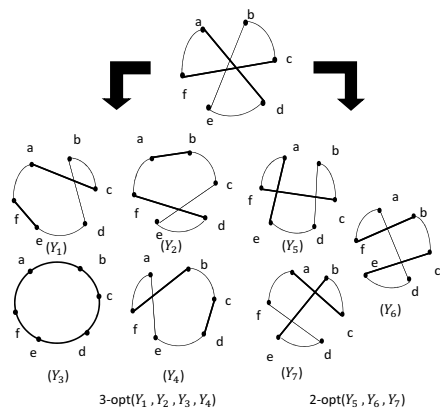


Fig. 3: Movement of proposal technique

4. 数値実験

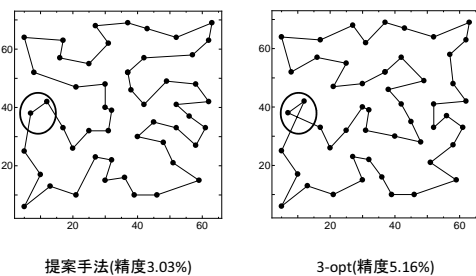


Fig. 4: Comparison proposed method with 3-opt

提案手法の有効性を評価するため、最適解が得られている TSPLIB^[3] の問題を用いる。比較対象は、2-opt 法

と 3-opt 法とする。誤差率は次式の通り定義する。誤差率 = (近似値 - 最適値) / 最適値 × 100%。

< 4.1 > 精度の比較 提案手法と 3-opt 法を 51 都市の問題 eil51 に対して用いた結果を Fig.4 に示す。3-opt 法の結果は、○の部分で経路が交差しているの、提案手法は 2-opt 法や 3-opt 法に比べて良い結果が得られたことがわかる。

Table.1 は 2-opt 法、3-opt 法および提案手法の精度を示したものである。どの問題においても、提案手法によって最も高精度の解が得られた。

Table. 1: Comparison of error margins[%]

Instance	2-opt	3-opt	P.A
eil51	4.21	5.16	3.03
kroA100	8.11	7.92	3.20
kroA150	4.16	8.80	2.80
kroA200	6.35	4.76	4.00

< 4.2 > 計算時間の比較 51 都市の問題 eil51 に対して、3-opt 法を用いた場合は、計算時間は約 72 秒であった。提案手法を用いた場合は約 3 秒で解を求めることができた。Fig.4 のように 3-opt 法と提案手法の計算時間に対する精度の変化を示す。eil51 の場合は提案手法は 0.5~1.0 秒間の改善量が 3-opt 法の改善量より多いので、計算時間が 3-opt 法より少なくなることがわかる。

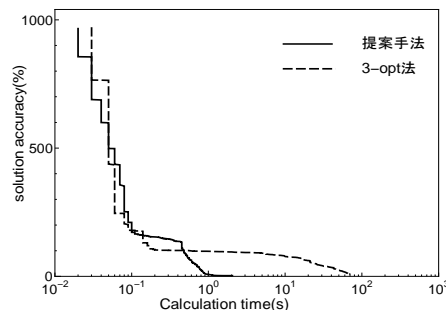


Fig. 5: Comparison of the calculation time

5. まとめ

本研究では、巡回セールスマン問題の近似算法の局所探索解法である 3-opt 法と 2-opt 法を改善した解法を提案した。200 都市以下の問題に対して、従来の 3-opt 法、2-opt 法と提案手法を比較して、精度の高い解が得られることがわかった。また、計算時間も減少させることができた。本報告では、200 都市以下の問題を対象に有効性の検討を行ったが、今後は 200 都市以上の問題を対象とする予定である。

参考文献

- [1] 山本芳嗣, 久保幹雄: “巡回セールスマン問題への招待,” pp.15-79, 朝倉書店, (1997)
- [2] 久保幹雄: “組み合わせ最適化とアルゴリズム,” pp.18-26, 共立出版, (2000)
- [3] “TSPLIB95”, <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (1995)