L-24

FILT 法による高周波回路の過渡応答解析

Transient Analysis of High Frequency Circuits by using Fast Inversion of Laplace Transform

○小林大輔[1]，　古川慎一[2]
*Daisuke Kobayashi[1]，Shinichi Furukawa[2]

Abstract: This article presents the transient responses of a high frequency circuit by using Fast Inversion of Laplace Transform (FILT) . We compared the FILT with other methods, and checked the validity of the FILT method in the analysis of a high frequency circuit.

１．はじめに

回路の高集積化、信号の高速化に伴い、高周波回路のパルス伝搬特性の解析が重要となっている[1]-[3]。これまで筆者らはビア構造をもつ多層プリント回路のパルス伝搬特性を FDTD 法を用いて解析し、応答波形のピーク値を最大にできるビア構造を検討した[4]。

本研究では高速ラプラス変換法（Fast Inversion of Laplace Transform：以下 FILT 法と記す）[5]を用いて高周波回路の過渡応答を解析し、他の解析法[1]と比較検討した。

２．解析モデルと解析法

図１に、伝送線路のモデルを示す。線路定数 R, L, C, G はそれぞれ単位長さあたりの抵抗、インダクタンス、キャパシタンス、コンダクタンスである。線路方程式は次式で与えられる。

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = Ri(x,t) + L\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \qquad (1)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = Gv(x,t) + C\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \qquad (2)$$

式(1)(2)をラプラス変換すると

$$-\frac{\partial V(x,s)}{\partial x} = (R+sL)I(x,s) - Li(x,0) \qquad (3)$$

$$-\frac{\partial I(x,s)}{\partial x} = (G+sC)V(x,s) - Cv(x,0) \qquad (4)$$

電流と電圧の初期値$i(x,0), v(x,0)$を 0 として変形すると

$$\frac{\partial^2 V(x,s)}{\partial x^2} = (R+sL)\frac{\partial I(x,s)}{\partial x} = \gamma^2 V(x,s) \qquad (5)$$

但し$\gamma^2 := (R+sL)(G+sC)$

式(5)の一般解は

$$V(x,s) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \qquad (6)$$

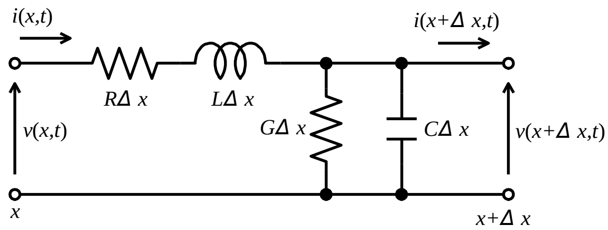

Figure 1. Transmission line

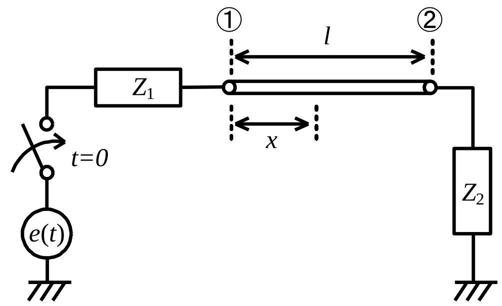

Figure 2. A terminated transmission line of finite length

式(6)を式(3)に代入して

$$I(x,s) = \frac{1}{Z_0}(Ae^{\gamma x} - Be^{\gamma x}) \qquad (7)$$

但し$Z_0 := \sqrt{(R+sL)/(G+sC)}$

有限長線路のモデルを図 2 に示す。図 2 の①②における反射係数r_1 , r_2は次式となる。

$$r_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}, r_2 = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

図 2 の①$(x=0)$では

$$V(0,s) = A + B = E(s) - Z_1 I(0,s) \qquad (8)$$

$$I(0,s) = \frac{1}{Z_0}(A - B) \qquad (9)$$

図 2 の①$(x=l)$では

$$V(l,s) = Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l} = Z_2 I(l,s) \qquad (10)$$

１：佐野短期大学　２：日大理工・教員・電気

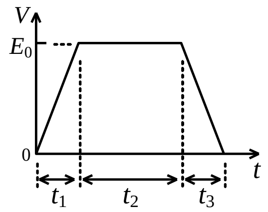

Figure 3. Incident waveform

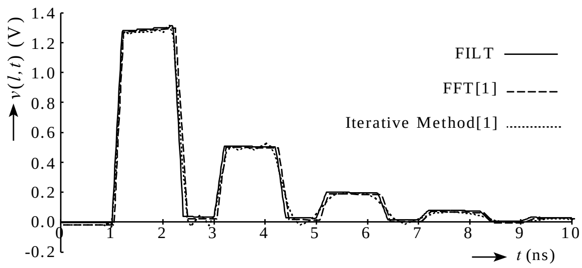

Figure 4. Pulse responses of $v(l,t)$(Z_1=10Ω,Z_2=10Ω)

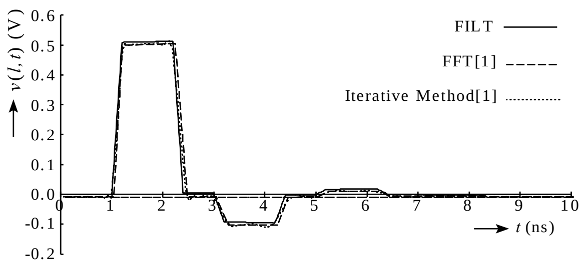

Figure 5. Pulse responses of $v(l,t)$(Z_1=100Ω,Z_2=10Ω)

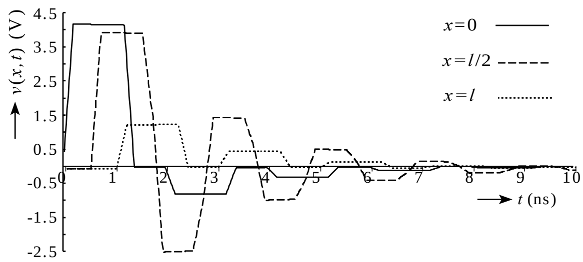

Figure 6. Pulse responses of $v(x,t)$(Z_1=10Ω,Z_2=10Ω)

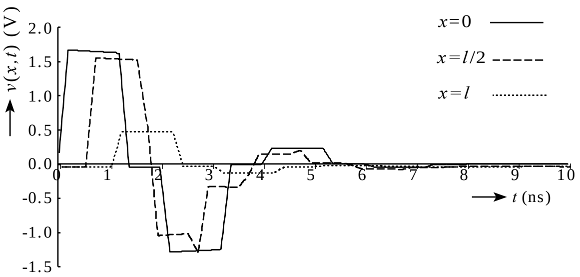

Figure 6. Pulse responses of $v(x,t)$(Z_1=100Ω,Z_2=10Ω)

$$I(l,s) = \frac{1}{Z_0}\left(Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l}\right) \tag{11}$$

式(8)～(11)より

$$A = E(s)\frac{Z_0}{Z_0 + Z_1}\frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2\gamma l}} \tag{12}$$

$$B = E(s)\frac{Z_0}{Z_0 + Z_1}\frac{r_2 e^{-2\gamma l}}{1 - r_1 r_2 e^{-2\gamma l}} \tag{13}$$

よって

$$V(x,s) = E(s)\frac{Z_0}{Z_0 + Z_1}\frac{e^{-\gamma x} + r_2 e^{\gamma(x-2l)}}{1 - r_1 r_2 e^{-2\gamma l}} \tag{14}$$

式(14)を FILT 法で逆ラプラス変換すれば、過渡応答波形が得られる。

入射波は図 3 の台形パルスを用いた。像関数は

$$E(s) = \frac{E_0}{t_1}\frac{1}{s^2}\left(1 - e^{-st_1} - e^{-st_2} + e^{-st_3}\right)$$

$$(E_0 = 5\mathrm{V},\ t_1 = t_3 = 0.2\ \mathrm{ns},\ t_2 = 1\mathrm{ns})$$

である。

線路定数 $R, L, C, G,$ 線路の長さ l は文献[1]との比較のため

R=0.5(Ω/cm),　L=10(nH/cm),

C=4(pF/cm),　G=0.5(mS/cm),　l=5(cm)

とした。

3．解析結果

図 4、図 5 に、図３の②における電圧の応答波形を示す。実線、破線、点線がそれぞれ FILT 法、FFT[1]、反復法[1]による結果である。反復法[1]による結果には波形の歪みが見られるが、FILT 法と文献[1]の FFT による解析結果は歪みもなく、ほぼ一致している。図６、図 7 に x=0, x=l/2, x=l における応答波形を示す。いずれの位置でも歪みのない応答が得られた。

4．まとめ

FILT 法による高周波回路の過渡応答を解析し、他の解析法との比較を行った。精度の検討や不均一線路への応用等を今後の課題とする。

5．参考文献

[1]　河田ら:「反復法を用いた分布定数回路の過渡解析について」,信学技法, NLP94-10, 1994.

[2]　関根ら:「損失のある不均一線路の FDTD 法を用いた時間領域解析」,信学論(A), Vol.J84-A, No.8, pp.1018-1026, 2001

[3]　川崎ら:「数値逆ラプラス変換の高精度化と線路解析への応用」,信学技法, EMC2010-5, 2010

[4]　Kobayashi,D., S.Furukawa and T.Hinata,"Pulse Responses of a Two-layered Printed Circuit with an Improved Line-Pad Connected Structure",電学論 A, Vol.129, No.10（2009）

[5]　細野敏夫:「BASIC による高速ラプラス変換」,共立出版