

巡回セールスマン問題に対するクラスタリングを用いた近似解法

Approximate algorithm by using Clustering for Multiple Traveling Salesman Problem

○田 川¹, 浜松 芳夫², 星野 貴弘²*Chuan Tian¹, Yoshio Hamamatsu², Takahiro Hoshino²

Abstract: In this study, we propose an algorithm for Multiple Traveling Salesman Problem(mTSP) with the same number of cities assigned salesman. In the mTSP, the salesmen have to visit given cities and each city must be visited only one salesman. All salesmen starts from the same city which called "depot" and must return the depot after passing assigned cities. We used a clustering method as assignment of given cities to salesmen. After assignment, tour is constructed for each salesman. To find short tours, Convex Hull Insertion (CHI) method is used. We compared the results by using two other heuristic and discuss the accuracy of the proposed method. From the results, It is clear that proposed algorithm shows shorter tours and better convergence.

1. はじめに

組合せ最適化問題とは、様々な条件を満足させながら、最適な組合せ順序を決めたり、複数の選択肢から目的に対して最も有効な選び方を求めたり、最も能率をあげる仕事の割り当て方法を求める問題である。

組合せ最適化問題の一つである複数巡回セールスマン問題 (Multiple Traveling Salesman Problem : mTSP) とは、セールスマン人数及び訪問すべき都市の数や位置といった情報が与えられたとき、複数であるセールスマンの移動距離の総和が最短となるような各セールスマンに割り当てる都市の組み合わせと各セールスマンの都市の訪問順序を求める問題である。mTSP の実用例である配送計画問題では、デポット、複数の配送先・車両が与えられたとき、各車両への配送先の割り当て、及び配送経路を求める必要がある。mTSP において、車両が複数台、目的関数を移動距離とし、かつ配送時刻や車両積載量などをはじめとする条件を付加した問題は配送計画問題に相当する。配送計画問題の代表的なものとしてゴミ収集車の経路計画問題が挙げられる。この問題において、文献 (1) で伊藤らは作業従事者の労務管理上の利点から、運搬費用を多少犠牲にしても、作業従事者の負担を均等にすることの重要性について指摘している。このことから、本研究では、全てのセールスマンが担当する都市数が等しいという制約条件を加えた mTSP を対象とする。ただし、都市群の数をセールスマン数で割り切れない場合は、各セールスマンに担当された都市数の差が高々一つとなるようにしている。

2. 問題の定式化

$m(\geq 2)$ 人のセールスマンはそれぞれデポットを出発し、 $n(\geq m)$ 個の都市の内、割り当てられた $\lceil n/m \rceil$ 個の都市をただ一度訪問し、再びデポットに戻るものとする。すなわち、各セールスマンの担当する都市数は等しいものとしている。本問題の目的関数は、 L_i をセールスマン

i の巡回路長とするとき、 $\sum_{i=1}^m L_i$ と表される。したがって、セールスマンの総巡回路長を最小化することを目的とする。

3. 提案手法

提案手法はファジィクラスタリング手法による都市の振り分けと CHI 法による経路構築によって構成されている。非階層的なクラスタリングの手法の一つであるファジィクラスタリング法を用いて各セールスマンに割り当てる都市を決定し、分けられたいくつかの都市群に対して CHI 法を使って各セールスマンの巡回路を決める。
< 都市群の分割 > ファジィクラスタリングでは都市 i が、クラスタ k に属する度合い (重み) g_{ik} を用いることで、より適切なクラスタリングを可能にする。ここで、 c_k はクラスタ k の重心の座標であり、 x_i は都市 i の座標を表し、 $\|x_i - c_k^{(t)}\|$ はユークリッド距離を表す。ここで、クラスタの重心を一般的な重心と区別するため、クラスタ重心と呼ぶことにする。以下にファジィクラスタリングを用いた都市群の分割法を示す。

1. クラスタの数 (セールスマン数) に応じてランダムに都市座標を選択し、初期クラスタ重心とする。
2. 都市 i のクラスタ k に対する所属の度合い (所属度) $g_{ik}^{(t)}$ を式 (1) とし、各都市の所属度を求める。

$$g_{ik}^{(t)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^K \left(\frac{\|x_i - c_k^{(t)}\|^2}{\|x_i - c_j^{(t)}\|^2} \right)^2} \quad (1)$$

3. $g_{ik}^{(t)}$ と式 (2) を利用して新たなクラスタ重心 $c_k^{(t+1)}$ を求め、更新する。すなわち、各クラスタに属した都市の所属度に応じてクラスタ重心を適切な場所に移動させた。

$$c_k^{(t+1)} = \frac{\sum_{i=1}^N (g_{ik}^{(t)})^2 x_i}{\sum_{i=1}^N (g_{ik}^{(t)})^2} \quad (2)$$

4. ステップ (2) から (3) までの操作をクラスタ重心 c_k が収束するまで繰り返す。
5. 各セールスマンの担当する都市数を等しくする。割り当てられた都市数が c を超えたクラスタが存在する

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

場合、そのクラスタに所属する都市の中で最も所属度の小さい都市を選択し、都市数が c 未満のクラスタに対して、所属度が最大となるクラスタに所属させる。この処理を全てのクラスタの都市数が c に収まるまで行う。

- 相異なるクラスタに所属する二つの都市の所属を交換し、クラスタ重心までの距離の改善量がゼロより大きいならば、その 2 都市の所属を交換する。

< 経路構築 > 各セールスマンに割り当てられた都市への経路構築には、凸包の性質を利用した CHI 法を用いる。凸包とは、与えられた点の集合をすべて含む最小面積の凸多角形のことであり、mTSP に対する有効な近似解法の一つである。

4. 性能評価および考察

< 比較対象 > 文献 (5) において村上らは、出発地点と目的地点の異なる複数経路探索問題に対して出発地点からの角度による都市群の割り当て方法の有用性を示している。したがって、比較対象として文献 (5) の考え方を本問題に適用した割り当てを行う。これにより、都市の分割を行った後、各セールスマンの経路構築には CHI 法を用いた。提案手法と区別するため、角度による都市の割り当てと経路構築に CHI 法を用いた手法を ACHI (Angle Assignment and CHI) 法と呼ぶことにする。

< 実験結果 > 各手法を 30 の都市をランダムに配置した 50 種類の異なる都市配置の問題について適用する。初期条件として、セールスマン人数を 5 人とすれば、一人当たりの担当する都市数は 6 となる。結果より、50 例中の 5 例は両手法が同じ精度となっている。それ以外の 45 例中の 36 例において提案手法は ACHI 法より良好な解が得られた。ここで、Fig.1 に両手法の精度の差が大きい結果に対して具体的に検討する。(a) は提案手法による

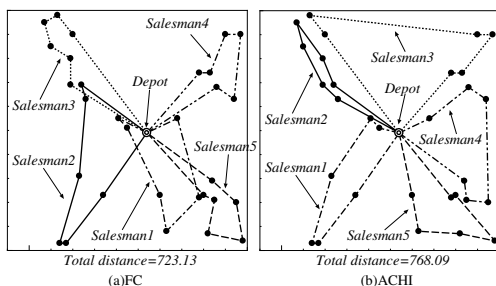


Fig. 1: セールスマン数 5 人とした結果

る結果、(b) は ACHI 法による結果である。Fig.1 より、提案手法は ACHI に比べて総走行距離が短くなっている。また、各都市から幾何学的重心までの平均距離は、提案手法の平均距離は 78.00、ACHI 法の平均距離は 101.37 となり、提案手法の方がより良い都市データの収束性が現れていた。巡回路長と収束性が改善された原因としては、各セールスマンに割り当てられた都市の違いにある。ACHI 法の割り当ては角度を基準にしたため、どのセール

スマンの担当都市にもデポットから遠い都市が含まれているため、巡回路長は長くなった。それに対して、提案手法ではファジィクラスタリングを用いることで、セールスマン 1 には比較的デポットに近い都市を担当させている。それ以外のセールスマンには遠い都市を担当させている。その結果、総巡回路長は短くなった。この違いは、セールスマンの人数が多くなるほど、顕著に見られると予想される。したがって、次に、セールスマンの人数に対する精度の違いについて検討する。 Fig.2 にセー

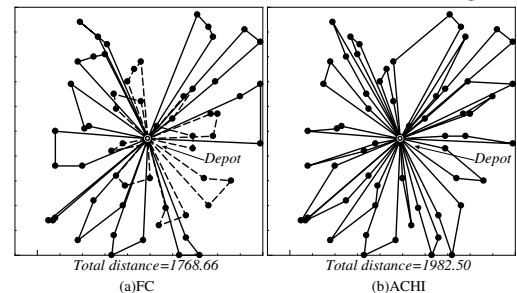


Fig. 2: セールスマン数 20 人とした結果

ルスマン数 20 人の一結果を示す。 Fig.2 より、提案手法は ACHI 法に比べて総巡回路長が短くなっている。この原因に関しても先程述べた通り、(a) の提案手法は点線の巡回路は比較的デポットに近い都市を担当させているのに対し、(b) の ACHI 法はデポットから近い都市と遠い都市が混在していることが見て取れる。その結果、提案手法の総巡回路長は短くなった。したがって、セールスマンの人数が多くなるほど、ACHI 法に比べて、高精度の解が得られた。

5. まとめと今後の課題

本研究では、mTSP に対して、都市群の分割法にクラスタリングを用いた近似解法を提案した。その結果、提案手法は特にセールスマンの人数が多くなるほど、高精度の解が得られることがわかった。しかし、クラスタリング後に都市所属を交換するために行った操作により、効率的ではない巡回路を構築してしまう場合もあった。したがって、都市の収束性及び解の精度を向上させるため、都市の割り当て方法をさらに改善することが今後の課題である。

参考文献

- 伊藤・青木・金指・佐藤：“遺伝的アルゴリズムによる収集計画問題の解法”，日本経営工学会誌 45(3), pp.197-205 (1994)
- 新納浩幸：「R で学ぶクラスタ解析」，オーム社 (2007)
- 宮本定明：“ファジィクラスタリングの有用性について”，日本知能情報ファジィ学会誌，Vol.21, No.6, pp.1008-1017 (2009)
- 渡邊・小野・松永・金川・高橋：“ファジィ c-means 法を用いた複数巡回セールスマン問題の一解法”，日本ファジィ学会誌，Vol.13, No.1, pp.119-126 (2001)
- 村上・星野・浜松：“CHI 法を用いた複数経路探索問題の一解法”，平成 24 年電気学会全国大会講演論文集，pp.37-38 (2012)