O-22

高次元宇宙モデルにおけるインフレーション起源の背景重力波
Gravitational Wave Background generated by Inflation in Higher-dimensional Universe

○篠崎 裕治[1], 岩本 弘一[2]
*Hiroharu Shinozaki[1] , Koichi Iwamoto[2]

Abstract: Inflationary cosmology has been established by measurements of the CMB temperature fluctuations by WMAP. We study the gravitational wave background from inflation as a means to search for a possibility of higher-dimensional models of the Universe suggested by string theory and the brane-world scenarios.

1.　はじめに

近年, 観測技術の発展により, 重力波の直接観測が現実味を帯びてきた. 連星パルサー PSR1913+16 の周期変化の観測から重力波の存在は間接的に確認されているが (1993 年ノーベル物理学賞), 直接観測されれば, 一般相対論を支持するさらに強い根拠が得られる. 重力波には宇宙全体を満たしている背景重力波と呼ばれるものが存在する. その起源は, 多数の天体からの重力波の重ね合わせによるものと宇宙論的起源の 2 つがある. 宇宙論的起源の重力波は, インフレーション期の時空の量子ゆらぎによって生成され, 我々が観測できる最も古い時期 (宇宙誕生後 10^{-44} 秒後) の情報を持っていると考えられている.

超弦理論やブレーンワールド・シナリオでは, 宇宙が 4 次元よりも高い次元の時空である可能性を示唆している. そのような高次元宇宙モデルを確かめる手段として, 宇宙背景放射 (CMB) とともに, 背景重力波が注目されている. インフレーションが始まる時の宇宙は, 高次元時空 (バルク) と同程度の大きさであるため, 高い周波数領域で, 背景重力波の生成や伝播に高次元時空の影響が現れると考えられる. 本講演では, 通常の 4 次元時空におけるインフレーション起源の背景重力波について解説したのちに, 高次元宇宙モデルにおけるインフレーション起源の背景重力波について議論する.

2.　標準インフレーション

2-1.　インフレーションの力学

一様等方宇宙の Robertson-Walker 計量に対するアインシュタイン方程式 $G^{\mu}{}_{\nu} = 8\pi G T^{\mu}{}_{\nu}$ は

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(3p+\rho), \tag{2}$$

となる. ここで,a はスケール因子,ρ, p はエネルギー密度および圧力,K は 3 次元空間の曲率である. 式 (1) は 4 次元のフリードマン方程式である. 加速膨張するインフレーションを起こすには, $\ddot{a} > 0$, すなわち, 式 (2) より $3p + \rho < 0$ の条件が必要となる. ポテンシャル $V(\phi)$ の中を運動するスカラー場 ϕ を考えると, エネルギー密度と圧力は, $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$, $p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$ となり, インフレーションを起こすための条件は

$$3p_\phi + \rho_\phi = 2\dot{\phi}^2 - 2V(\phi) < 0, \tag{3}$$

となる. $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ ならば, この条件が満たされる. 式 (1),(2) よりエネルギー保存則は, 次のようになる.

$$\dot{\rho} = -3H(p+\rho) \tag{4}$$

インフレーションを起こすスカラー場 ϕ はインフラトンと呼ばれ,$V(\phi)$ が真空のエネルギー (宇宙項) に対応する.

2-2.　インフレーション起源の背景重力波

インフレーションは, 大規模構造の種となる密度ゆらぎを生成すると同時に, 背景重力波も生成する. 平坦な ($K = 0$ の)Robertson-Walker 計量に摂動 $h_{\mu\nu}$ を加えた

$$g_{\mu\nu} = a(\eta)^2(\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) \tag{5}$$

という計量を考える [1]. ここで,$a(\eta)$ は conformal time η ($a(t)d\eta = dt$) で表したスケール因子であり, $h_{\mu\nu}$ が重力波を表す.$h_{\mu\nu}$ を以下のようにモード展開する.

$$h_{\mu\nu} = \sum_{A=+,\times} \frac{\sqrt{2}}{M_{pl}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3k \psi_k^{(A)} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e_{\mu\nu}^{(A)}. \tag{6}$$

ここで,M_{pl} はプランク質量, $e_{\mu\nu}^{(A)}$ は偏極テンソル（A は偏極の自由度）を表す. モード関数 $\psi_k(\eta)$ に関する方程式は次のようになる.(プライムは η 微分を表す.)

$$\psi_{\rm k}'' + \left(k^2 - \frac{a''}{a}\right)\psi_{\rm k} = 0. \tag{7}$$

宇宙をドジッターインフレーション期 (DS), 輻射優勢期 (RD), 物質優勢期 (MD) の 3 つに分ける. 背景重力波（重力子）の生成量を求めるために, 各膨張期のモード関数を求め，DS 期から出発し RD 期 (さらに MD 期) へ場が時間発展するときの Bogoliubov 変換の係数 $|\beta_k|^2$（後述）を決定する. 時刻 t (cosmic time) での各膨張期のス

1:日大理工・院（前）・物理　2:日大理工・教員・物理

ケール因子は, $a(t) \propto e^{Ht}$(DS), $\mathrm{t}^{1/2}$(RD), $t^{2/3}$(MD) となり, これを η (conformal time) で書き直すと,

$$a(\eta) \propto \begin{cases} -\frac{1}{\eta} & (-\infty < \eta < \eta_1 < 0) \quad \mathrm{DS}, \\ \eta & (\eta_1 < \eta < \eta_{eq}) \quad \mathrm{RD}, \\ \eta^2 & (\eta_{eq} < \eta) \quad \mathrm{MD}. \end{cases} \tag{8}$$

η_1 は DS から RD へ遷移した時刻, η_{eq} は輻射と物質のエネルギー密度が等しくなる時刻を表す．これらを式 (7) に代入すると, 以下の式が得られる．

$$\mathrm{DS, MD}: \psi'' + \left(\mathrm{k}^2 - \frac{2}{\eta^2}\right)\psi = 0, \tag{9}$$

$$\mathrm{RD}: \psi'' + \mathrm{k}^2\psi = 0. \tag{10}$$

これを解くことによって, 各膨張期のモード関数 (negative frequency mode) が得られる．

$$\mathrm{DS, MD}: \psi^-(\mathrm{t}) = \left(1 - \frac{\mathrm{i}}{\mathrm{k}\eta}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathrm{k}\eta}, \tag{11}$$

$$\mathrm{RD}: \psi^-(\mathrm{t}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathrm{k}\eta}. \tag{12}$$

遷移する時刻において, モード関数とその一階微分の連続性を仮定し, Bogoliubov 係数 α_k, β_k を求めると

$$\alpha_k = 1 - \frac{i}{k\eta_1} - \frac{1}{2k^2\eta_1^2} \quad , \quad \beta_k = \frac{1}{2k^2\eta_1^2}e^{-2ik\eta_1}, \tag{13}$$

となる. これより粒子数 N_k を計算すると,

$$N_k = |\beta_k|^2 = \frac{1}{4k^4\eta_1^4}. \tag{14}$$

背景重力波のエネルギー密度を ρ_{GW} とし，対応する密度パラメータ Ω_{GW} を $\Omega_{GW} = \frac{1}{\rho_c}\frac{d\rho_{GW}}{d\log f}$, $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$. で定義する．重力子は hf のエネルギーを持ち, 偏光の自由度が 2 であることを考慮すると, エネルギー密度は,

$$\frac{d\rho_{GW}}{d(\log f)} = 16\pi^2 N_f f^4. \tag{15}$$

となり，

$$h_0^2\Omega_{GW} \simeq 10^{-13}\left(\frac{H}{10^{-4}M_{pl}}\right)^2, \tag{16}$$

を得る． h_0 は, ハッブル定数 H_0 を $H_0 = h_0 \times 100\ \mathrm{km\ sec^{-1}} \cdot \mathrm{Mpc}^{-1}$ と表すときの h_0 である． 背景重力波のスペクトル (単位 $\log f$ あたりのエネルギー密度) は周波数 f に依存しないことが分かる．

3.　高次元宇宙モデルとインフレーション背景重力波

階層性問題の解決案として導入された歪曲した余剰次元モデル [2] をはじめとし, 我々の宇宙が高次元宇宙（バルク）にうかぶ 4 次元時空の膜（ブレーン）であるとするモデルが提唱された．このブレーンワールド・シナリオに基づくインフレーションモデルが構成され ([3],[4]), 高次元時空の存在が背景重力波におよぼす影響が調べられた ([5],[6]). バルクの曲率半径を l, $8\pi G\lambda l^2 = 6$ とおくと, ブレーン上のフリードマン方程式 (膜上の宇宙項 Λ と曲率 K をゼロとする) は,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho\left(1 + \frac{\rho}{2\lambda}\right). \tag{17}$$

で与えられる [6]．4 次元のフリードマン方程式 (1) と比較すると, ρ^2 に比例する項が追加されていて, 初期宇宙での膨張則を変化させる．一方, 余剰次元方向への重力波のモードである,Kaluza-Klein mode(KK-mode) も考慮しなければならない．KK-mode は, ブレーン上で見ると, 質量を持った重力子のように振る舞う．これに対して, 通常の質量 0 の重力子としてブレーン上を伝播する重力波を 0-mode という．

超弦理論では開弦の端がのる $p+1$ 次元の超平面として導入される Dp ブレーンという高次元物体があるが，ブレーンの衝突を考え，ブレーンの間隔がインフラトンの役割を果たしインフレーションを再現するモデル [7] が提唱されている (例えば $D3$ ブレーンと $\overline{D3}$ ブレーンの衝突 [8]). あるいは，コンパクト化された内部空間（Calabi-Yau 多様体）の大きさに対応する moduli 場がインフラトンになるインフレーションモデル等も構築されている [9].

4.　まとめと展望

初めに標準インフレーション起源の背景重力波について述べた．次に高次元宇宙モデルでのインフレーションと背景重力波への効果を議論した．これらの効果を考慮し, 背景重力波のスペクトル強度を評価したい. 特に，インフレーションとともに余剰次元のサイズが変化する場合に，背景重力波にどのような影響が現れるかを考察する．また，その結果が CMB の温度ゆらぎの観測と矛盾しないかどうか検討する．

5.　参考文献

[1] Allen, B., Phys. Rev. D37 , 287 (1988).

[2] L.Randall and R.Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 4690 (1999).

[3] S.Mukohyama, Phys. Lett. B473, 241 (2000).

[4] P.Binetruy, C. Deffayet, D.Langlois, Nucl. Phys. B565, 269 (2000).

[5] T.Kobayashi, H.kudoh, and T.Tanaka, Phys. Rev. D68, 044025 (2003).

[6] T.Hiramatsu, Phys. Rev.D73 h4008H (2006).

[7] G.R.Dvali and S.H.H.Tye, Phys.Lett.B450, 72 (1999).

[8] C.P.Burgess et al., JHEP 0107, 047 (2001).

[9] N.Kaloper et al., Phys. Rev. Lett. 85, 928 (2000).