O-3

衝撃波背景計量の下での非局所場

Non-Local field in a background shock wave metric

○神田直大[1]　仲滋文[2]
*Naohiro Kanda[1],Shigefumi Naka[2]

Abstract: It is known that shock wave backgrounds play an important role in the scattering process at ultra-high energies and that we can obtain exact S-matrices of string model under this metrics. Recently, the importance of such a background metric is also interested in relation to pp wave background in brane theory. The purpose of this work is to study extended objects embedded in such a shock wave background metric. In particular, we study the cases of strings and bi-local fields.

1．はじめに

光速度に近い速さで運動する, 質量を持った点粒子と相互作用を行う粒子の散乱過程の解析は, 現在の高エネルギーの実験においても必要とされる重要な研究課題の一つである. この粒子散乱過程は, 衝撃波型と呼ばれる背景時空の下での粒子の挙動と類似しており [1], この意味で衝撃波型時空の表す重力理論は, 高エネルギー物理においても興味を持たれている [2]. 一方, 近年の素粒子物理で多くの試みがなされている brane 理論の背景となる $AdS_5 \times S^5$ の粒子時空において, pp wave と呼ばれる極限で衝撃波型時空と同様の構造が現れることが知られており, 対応する重力理論は素粒子の基本理論の構築においても, 取り組むべき研究課題となっている [3].

さて, 衝撃波型背景時空はほとんど平坦であるが, 特定の一次元領域に特異点を持つ構造となっている. この為, この時空に埋め込まれた "拡がりを持つ物体" は, その特異領域でのみ皺寄せを受けることになり, 皺の移動と云う形で散乱過程が厳密に解ける場合も生じる. この様な背景の下に, 本研究では "拡がりを持つ物体" として弦と bi-local 場を取り上げ, その背景時空の重力による散乱課程を調べる. 後者は湯川博士の提唱による非局所場であるが, 近年 Higher Spin Gravity の有効理論という視点からも興味も持たれており, 本研究の動機ともなっている.

2．衝撃波背景計量の下での弦

衝撃波背景計量は, 光的座標

$$X^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(t-z), \qquad X^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(t+z) \tag{1}$$

の下で, 時空の線素を

$$\begin{aligned} ds^2 &= g^{\rm sw}_{\mu\nu} X^\mu dX^\nu \\ &= -2dX^- dX^+ + f(X)\delta(X^-)d^2X^- + d^2X \end{aligned} \tag{2}$$

の形に表すものとして定義される.
この様な時空におかれて, 弦のポリヤコフ作用は

$$\begin{aligned} S = -\frac{1}{2\pi}\int d\sigma d\tau \sqrt{-h}h^{\alpha\beta} \\ \times \partial_\alpha X^m(\sigma,\tau)\partial_\beta X^n(\sigma,\tau) g^{\rm sw}_{mn}(X(\sigma,\tau)) \end{aligned} \tag{3}$$

で与えられる. また光的座標 ((1) 式) をとれば, 弦の変数 $X^m(\sigma,\tau)$ は

$$\{X^m(\sigma,\tau)\} = \{X^-(\sigma,\tau), X^+(\sigma,\tau), X^i(\sigma,\tau)\} \tag{4}$$

と分解できる. (3) 式を $h^{\alpha\beta}$ で変分することにより (τ,σ) 空間でのエネルギー・運動量テンソル

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &\equiv -\frac{1}{2}h_{\beta\alpha}h^{\rho\lambda}\partial_\rho X^m \partial_\lambda X^n g^{\rm sw}_{mn} + \partial_\alpha X^m \partial_\beta X^n g^{\rm sw}_{mn} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

を得る. ここで共形ゲージを取ると

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= -\frac{1}{2}\eta_{\beta\alpha}\partial_\mu X^m \partial^\mu X^n g^{\rm sw}_{mn} + \partial_\alpha X^m \partial_\beta X^n g^{\rm sw}_{mn} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

となる. このゲージの下で運動方程式は

$$\begin{aligned} \delta X^-: \quad & -2\eta^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta X^+ - \eta^{\alpha\beta}f(X)\delta'(X^-)\partial_\alpha X^- \partial_\beta X^- \\ & + 2\eta^{\alpha\beta}\partial_\alpha[f(X)\delta(X^-)\partial_\beta X^-] = 0, \\ \delta X^+: \quad & \eta^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta X^- = \left(-\partial_\tau^2 + \partial_\sigma^2\right)X^-(\sigma,\tau) = 0, \\ \delta X^i: \quad & -\eta^{\alpha\beta}f_{,i}(X)\delta(X^-)\partial_\alpha X^- \partial_\beta X^- \\ & + 2\eta^{\alpha\beta}g^{\rm sw}_{ij}\partial_\alpha\partial_\beta X^j = 0 \end{aligned}$$

となる. 光的円錐ゲージ $\left(X^{-'}(\sigma,\tau) = 0\right)$ を選択すると, $X^-(\sigma,\tau)$ についての方程式より $X^-(\sigma,\tau) = p^-\tau$, $(p^-:$

[1]日大理工・院（後）・物理
[2]日大理工・教員・物理

定数) と置くことができ, 他の運動方程式の形は

$$\Box X_i(\sigma,\tau) = -\frac{1}{2}p^- f_{,i}(X)\delta(\tau), \tag{7}$$

$$\Box X^+(\sigma,\tau) = -\frac{1}{2}f(X)\delta'(\tau) - \dot{X}^i f_{,i}(X)\delta(\tau) \tag{8}$$

となる. これらの運動方程式の形から $X_i(\sigma,\tau)$ は $\tau=0$ で連続であり,$X^+(\sigma,\tau)$ は $\tau=0$ で不連続であることが分かる. また光的円錐ゲージでの拘束条件として

$T_{00}=0 \quad \Rightarrow \quad 2p^-\dot{X}^+ = p^- f(X)\delta(\tau) + \dot{X}^2 + X'^2,$

$T_{01}=0 \quad \Rightarrow \quad p^- X^{+'} = \dot{X}X'$

を得る.

3. 衝撃波背景の下での弦の解

$X^i(\sigma,\tau),\ X^+(\sigma,\tau)$ を求める. $\tau \lesseqgtr 0$ で自由運動であることと, $\tau=0$ での接続条件から (7),(8) 式はそれぞれ厳密に解くことができる. 先ず $\tau \lesseqgtr 0$ の時を考える. 以下では開弦の場合について考えてみることにする. 境界条件

$$\partial_\sigma X^i(\sigma,\tau)\Big|_{\sigma=0,\pi} = 0,\quad \partial_\sigma X^+(\sigma,\tau)\Big|_{\sigma=0,\pi} = 0 \tag{9}$$

の下で, 解はそれぞれ

$$X^i_{\lesseqgtr}(\sigma,\tau) = x^i_{\lesseqgtr} + p^i_{\lesseqgtr}\tau + i\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha^i_{n\lesseqgtr}\exp(-in\tau)\cos n\sigma, \tag{10}$$

$$X^+_{\lesseqgtr}(\sigma,\tau) = x^+_{\lesseqgtr} + p^+_{\lesseqgtr}\tau + i\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha^+_{n\lesseqgtr}\exp(-in\tau)\cos n\sigma \tag{11}$$

となる. ここで $x^i_{\lesseqgtr}, x^+_{\lesseqgtr}, p^+_{\lesseqgtr}$ は定数, $p^i_{\lesseqgtr}$ は $X^i_{\lesseqgtr}$ の共役運動量の重心である. また拘束条件より

$$\alpha^+_{n\lesseqgtr} = \frac{1}{2p^-}\sum_m \alpha^i_{n-m\lesseqgtr}\alpha^i_{m\lesseqgtr}, \qquad \alpha^{i,+}_{0\lesseqgtr} \equiv p^{i,+}_{\lesseqgtr} \tag{12}$$

を得る. また (7) 式より $\tau=0$ における解の接続

$$x^i_> = x^i_<, \tag{13}$$

$$\alpha_{ni>} = \alpha_{ni<} + \frac{p^-}{2\pi}\int_0^\pi \partial_i f(X(\sigma,\tau))\cos n\sigma d\sigma \tag{14}$$

を, 拘束条件より

$$X^+_>(\sigma,0) = X^+_<(\sigma,0) + \frac{1}{2}f(X(\sigma,0)), \tag{15}$$

$$x^+_> = x^+_< + \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi d\sigma f(X(\sigma,0)) \tag{16}$$

を得る.

4. 散乱行列

共役運動量を $P^i(\sigma) \equiv \frac{\partial}{\partial \dot{X}_i}\mathcal{L}$ として導入し, $[P^i(\sigma), X^j(\sigma')] = -i\delta^{ij}\delta(\sigma-\sigma')$ となるように α^i_n を

$$[P^i(0), X^j(0)] = -i\delta^{ij},\quad [\alpha^i_n, \alpha^j_m] = \frac{n}{2}\delta^{ij}\delta_{n+m,0} \tag{17}$$

と量子化する. この下で 散乱行列を

$$S = \exp\left(\frac{i}{2\pi}p^- \int_0^\pi d\sigma f(X(\sigma,0))\right) \tag{18}$$

ととると

$$S^\dagger p^- S = p^-, \qquad S^\dagger x^i S = x^i,$$

$$S^\dagger x^+ S = x^+ + \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi d\sigma f(X(\sigma,0)), \tag{19}$$

$$S^\dagger \alpha^i_n S = \alpha^i_n + \frac{1}{2\pi}p^- \int_0^\pi \partial^i f(X(\sigma,0))\cos(n\sigma)d\sigma \tag{20}$$

が厳密に満たされることが分かる.

5. Bi-Local 場

bi-local 場は、歴史的に素粒子の多様性と局所場の持つ発散の問題を改善する目的で湯川博士により提唱されたが、近年は HSG との有効理論としても注目されている [5,6]。b-local 場は構造的には弦簡単であるが、弦と異なり遠隔力による粒子間の相互作用を含む為、曲がって時空で遠隔力を伝える仮想的な弦の自由度を必要とし、結果として弦模型と類似した扱いが必要になる。本研究では、このような系を曲がった時空に埋め込むことにより, 衝撃波背景計量の下での bi-local 場の散乱問題を調べる.

6. まとめと今後の課題

衝撃波背景計量下での弦について調べた. ここではボソン的なものの開弦の場合について調べたが, 同様のことが閉弦の場合, 超弦の場合についても言えることが分かる. 今の場合散乱行列が正確に求まったが, 他の計量の下でも正確に求められるのかを今後は調べていく. また, bi-local 場からの取り扱い, Higher Spin Gravity との関連などについてもさらに調べていく [7].

7. 参考文献

[1] P. C. Aicheluburg and R. U. Sexl, Gen. Rel. Grav. **2** (1971) 303.

[2] G. 'tHooft, Phys. Lett. B **198** (1987) 61.

[3] D. Berenstein, J. Maldacena and H. Nastase, arXiv:hep-th/02020213v3 26 Feb 2002.

[4] D. Amati and C. Klimcik Phys. Lett. B 210 (1988), 92.

[5] H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. **3** (1948), 205.

[6] H. Yukawa, Phys. Rev. **77**, (1949) 219.

[7] Diptarka Das, Sumit R. Das, Antal Jevicki, and Qibin Ye arXiv: 1205.5776v3 [hep-th] 14 Dec 2012.