

O-6

Sommerfeld 増幅による非相対論的ダークマター残存量

Thermal abundance of non-relativistic relics with Sommerfeld enhancement

○ 加藤 大貴*¹, 二瓶 武史*²

Daiki Kato, Takeshi Nihei

Abstract: Assuming that two incoming annihilating particles interact by exchanging a generally massive attractive vector boson. We suggest an analytic treatment for computing the relic abundances of non-relativistic particles whose annihilation rate at chemical decoupling is increased by Sommerfeld enhancement. We catch crude rational functions that narrowly fit the thermal average of Sommerfeld-enhanced cross sections in the massless limit of force carriers for s- and p-wave annihilations. We perform that, with the approximate thermally-averaged cross sections implemented, the standard analytic method for the final relic abundances provides correctness to within 1% even for the case of Sommerfeld enhancement.

1. はじめに

ダークマターとは宇宙にある星間物質で自力で光を発しない、または光を反射しない物質とされている。WMAP 衛星 [1] によるとダークマター残存量は

$$0.0975 \leq \Omega h^2 \leq 0.1223 \quad (1)$$

であり、現在の宇宙の約 22% を占めるとされている。ただし、 Ω と h は現在におけるダークマターのエネルギー密度 $\rho_{\chi,0}$ 、臨界エネルギー密度 $\rho_{c,0}$ 、Hubble 膨張率 H_0 より

$$\Omega \equiv \frac{\rho_{\chi,0}}{\rho_{c,0}}, \quad h \equiv \frac{H_0}{100 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}} \quad (2)$$

ダークマターは現在わかっている素粒子では説明できない未知の粒子であるが、電磁相互作用・強い相互作用せず、重力相互作用する特性を持つ安定的な物質であることがわかっている。またダークマターの存在量を計算するには宇宙初期からのダークマターの対消滅を考える必要がある。本研究では [2] の論文に従い温度や結合定数によって変化する衝突断面積を考慮するために Sommerfeld 増幅因子と呼ばれる因子を導入しダークマター残存量を求め、導入しなかった場合との比較を行う。

2. Sommerfeld 増幅因子の導入とブースト因子

宇宙初期のダークマターの対消滅を考える。簡単化のためにダークマターがクーロン型ポテンシャル $V = \alpha/r$ (α は結合定数) による散乱を仮定する WIMP (Weekly interacting massive particle) が熱平衡を離脱するとき、WIMP は非相対論的である。WIMP が対消滅する衝突断面積は相対速度 v で展開できる。

$$\sigma_0 v = a + bv^2 + O(v^4) \quad (3)$$

ここで a と b は定数で $\sigma_0 v$ は Sommerfeld 増幅因子を考慮しない衝突断面積であり、(3) 式の第 1 項が S 波に寄

与し第 2 項が P 波に寄与する。これを S 波と P 波でそれぞれの Sommerfeld 増幅因子、 S_s と S_p で修正すると (4) 式となる。

$$\sigma v = \begin{cases} aS_s, & (\text{s-wave}) \\ bv^2 S_p, & (\text{p-wave}) \end{cases} \quad (4)$$

S_s と S_p はそれぞれ (5)(6) 式となる。

$$S_s = \frac{2\pi\alpha/v}{1 - e^{2\pi\alpha/v}} \quad (5)$$

$$S_p = \left(1 + \frac{\alpha^2}{v^2}\right) \frac{2\pi\alpha/v}{1 - e^{2\pi\alpha/v}} \quad (6)$$

ここでブースト因子 $B = \langle \sigma v \rangle / \langle \sigma_0 v \rangle$ を導入する。さらに変数 $y \equiv \alpha\sqrt{\pi x}$ と $t \equiv v\sqrt{x}/(2\sqrt{\pi})$ より S 波と P 波はそれぞれ

$$B_s(y) = \langle S_s \rangle = 4\pi y \int_0^\infty t e^{-\pi t^2} \frac{dt}{1 - e^{-y/t}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} B_p(y) &= \frac{x \langle v^2 S_p \rangle}{6} \\ &= \frac{8\pi^2 y}{3} \int_0^\infty t^3 e^{-\pi t^2} \left(1 + \frac{y^2}{4\pi^2 t^2}\right) \frac{dt}{1 - e^{-y/t}} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。本研究ではこれらのブースト因子は使わずに簡単化された (9) 式を用いた。

$$B_{app,s}(y) = \frac{1 + 7y/4 + 3y^2/2 + (3/2 - \pi/3)y^3}{1 + 3y/4 + (3/4 - \pi/6)y^2} \quad (9)$$

同様に P 波も簡単化し計算を行った。この簡単化したブースト因子 (7) 式と (9) 式とブースト因子をテイラー展開したものと $e^{-y/t}$ を無視したものを比較した。なお、(7) 式と (9) 式は Fig.1. グラフ上ではほぼ一致する。

*¹ 日大理工・院 (前)・物理 *² 日大理工・教員・物理

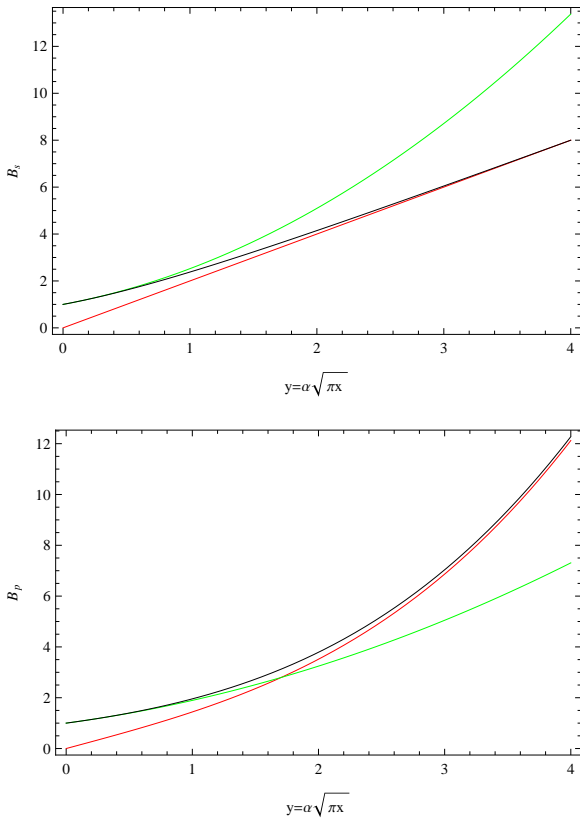


Figure 1. Exact boost factor $B_{s(p)}$, Eq.(7) (Eq.(8)) (blue line), its Taylor series up to the quadratic order $B_{Taylor,s(p)}$, (green), $1/v$ approximation $B_{1/v,s(p)}$, (red), and our approximation $B_{app,s(p)}$, Eq.(9) (black), as a function of $y = \alpha\sqrt{\pi x}$. Our approximation $B_{app,s(p)}$ completely falls together with its exact results $B_{s(p)}$.

3. ダークマターの残存量

Boltzmann 方程式よりダークマターが熱平衡から離脱するときの $x_F = m_\chi/T_F$ を求める. m_χ はダークマターの質量, T_F は熱平衡から離脱するときの宇宙平均温度である. 計算した結果は (10) 式となる.

$$x_F = \ln \left(\sqrt{\frac{45}{\pi^5}} c m_\chi M_{Pl} g_\chi \frac{\langle \sigma v \rangle}{\sqrt{x g_*}} \right) \Big|_{x=x_F} \quad (10)$$

g_* は相対論的な粒子の自由度, M_{Pl} はプランク質量

ここで $\langle \sigma v \rangle$ に結合定数 α が含まれている. そのため x_F の α による変化をみる.

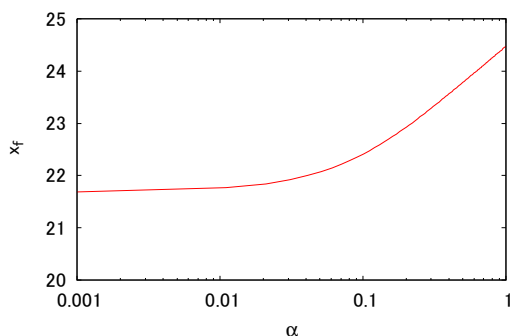


Figure 2. Normalized inverse freeze-out temperature as a function of α for the Sommerfeld enhanced s-wave annihilation with $a = 1.5 \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{sec}$. Here we take $m_\chi = 100 \text{GeV}$, $g_\chi = 2$ and $g_* = 90$.

これより実際のダークマターの残留密度を求める. ダークマターの残留密度は

$$\Omega h^2 = \frac{8.5 \times 10^{-11}}{I(x_F) \text{GeV}^2} \quad (11)$$

$$I(x_F) = \int_{x_F}^{\infty} dx \frac{g_* \langle \sigma v \rangle}{x^2} \quad (12)$$

これに Sommerfeld 増幅因子を (4)(5)(6) 式より導入し, ダークマターのエネルギー密度 Ωh^2 を数値的に求めることが出来る. そして, それが次の Fig.3. となる.

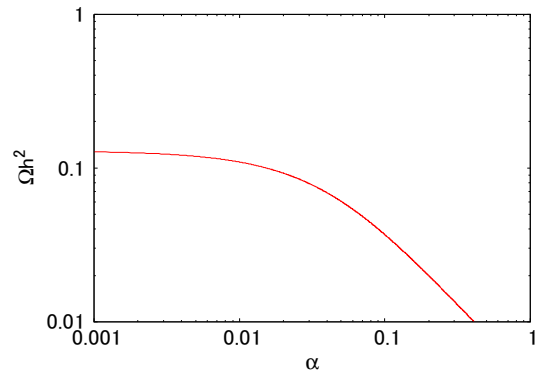


Figure 3. The conversion factor of the annihilation integral to the relic density. Here we take the same parameter set as in Fig.2.

4. まとめ

今回の研究では簡単化のためにクーロン型ポテンシャルを使い計算を行った. そして S 波と P 波のダークマターのエネルギー密度を計算することが出来た. 今後の課題として一般的な湯川ポテンシャルを用いて計算を行いたい.

参考文献

- [1] J. Dunkley et al.
Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP data
arXiv:0803.5286v2(2008)
- [2] H. Iminiyaz and M. Kakizaki
Thermal abundance of non-relativistic relics with Sommerfeld enhancement
arXiv:1008.2905v2(2011)