O-2

外磁場中のニュートリノ振動
Neutrino oscillation in external magnetic field

○ 田中直也[1], 二瓶武史[2]
*NaoyaTanaka[1], Takeshi Nihei[2]

Abstract: The existence of flavour neutrino oscillations implies that a neutrino has a nonzero mass. A massive neutrino has a magnetic moment in an exteneded model with right-handed neutrinos. We study the effect of the neutrino magnetic moment in external magnetic field.

1. 導入

1998 年にニュートリノ振動がスーパーカミオカンデで発見されてから, その性質が実験で調べられてきた [1]. しかし, ニュートリノの質量の起源や質量階層性問題が未解決である.

太陽で発生したニュートリノの観測をした結果, フレーバー間（世代間）による振動現象が起きていることが解明された [2, 3]. ニュートリノ振動は, ニュートリノがゼロでない質量を持つことによって起きる事が分かっている.

ニュートリノがゼロでない質量を持つ場合, 磁気モーメントを持つことが知られている [4, 5, 6, 7]. 標準模型に右巻きニュートリノを加えた場合の理論において, ニュートリノがディラック質量を持つとき, one-loop 量子補正によって生じるニュートリノと電磁場の相互作用を計算すると, 磁気モーメント μ_{ν_e} は次のような結果になる.

$$\mu_{\nu_e} = \frac{3eG_{\rm F}}{8\sqrt{2}\pi^2} m_{\nu_e} = 3.2\times 10^{-19}\mu_{\rm B}\left(\frac{m_{\nu_e}}{1{\rm eV}}\right) \qquad (1)$$

ここで, e は素電荷, $G_{\rm F}$ はフェルミ結合定数, m_{ν_e} はニュートリノ質量, $\mu_{\rm B}$ はボーア磁子を表している. ニュートリノが磁気モーメントを持つことで, 磁場によるスピン歳差運動が起こる [4]. 本研究では, 磁場によるスピン歳差運動がニュートリノ振動に与える影響を説明し, 超新星やマグネターが持つ磁場でのスピン-フレーバー振動の振る舞いを考察していく.

2. ニュートリノ振動

ニュートリノの異なるフレーバー間での振動は, フレーバーの固有状態 $|\nu_a\rangle$ と質量の固有状態 $|\nu_j\rangle$ を用いることによってあらわすことができる [2].

$$|\nu_a(t)\rangle = \sum_j U_{aj}|\nu_j\rangle {\rm e}^{-iE_jt} \qquad (2)$$

ここで, U_{aj} は混合行列, $a = {\rm e}, \mu, \tau$ はフレーバー, $j = 1, 2, 3$ は質量の固有状態の番号を表している.

簡単にするため, 電子ニュートリノ ν_e とミューニュートリノ ν_μ の 2 つのフレーバー間の遷移確率を求める. その場合の混合行列は, 2×2 行列になり, 混合角を Θ とすると,

$$U = \begin{pmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix} \qquad (3)$$

と表される, $t = 0$ での電子ニュートリノが $t = T$ で生存している確率は,

$$\begin{aligned} P(\nu_e\to\nu_e;T) &= 1 - |\langle\nu_\mu|\nu_e(T)\rangle|^2 \\ &= 1 - \sin^2 2\Theta \sin^2\frac{\Delta m_{21}^2}{4E}L \qquad (4) \\ &\quad (\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2) \end{aligned}$$

によって与えられる. L はニュートリノが時間 T の間に進んだ距離を表し, ニュートリノが光速に近い速さで運動しているとして $L = T$ を用いた. この結果から, ニュートリノが振動現象が起きるためには, ゼロでない質量を持たなければならないことが分かる.

また, 物質中を伝播するとき弱い相互作用によるポテンシャルが存在し, ニュートリノ振動に修正を与える MSW 効果（Mikheev-Smirnov-Wolfenstein）が知られている [3]. Fig. 1 のダイアグラムを計算することで有効ハミルトニアンを導出し, 物質中での効果を含めたニュートリノ振動についても計算する事ができる.

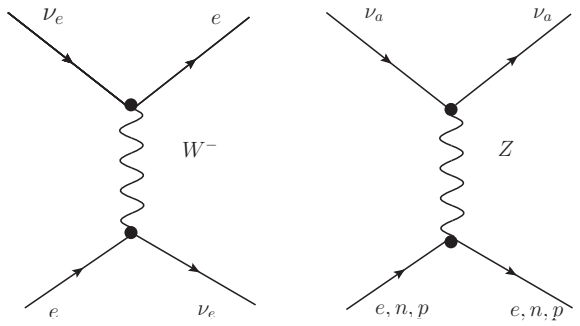

Fig. 1: Feynman diagrams of weak interaction. The left (right) panel represents the charged-current (neutral-current) scattering process.

3. スピン歳差運動

ニュートリノはゼロでない質量を持つことによって, 式 (1) のような磁気モーメントを持ち, 磁場と相互作用する. 簡単のためにまず 1 世代の場合を考える. one-loop 量子補

[1]日大理工・院（前）・物理
[2]日大理工・教員・物理

正によって生じるニュートリノと磁場の相互作用の低エネルギーの有効ラグランジアンは, 次の式のようになる.

$$\mathcal{L}_{\rm int} = -\frac{\mu_\nu}{2}\bar{\psi}\sigma^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}\psi \tag{5}$$

ここで, $F_{\mu\nu}$ は電磁場テンソルを表す. 磁場からの影響のみを考えたいので, 電場を $\vec{0}$ とすると,

$$\mathcal{L}_{\rm int} = -\mu_\nu\bar{\psi}\vec{\Sigma}\cdot\vec{B}\psi \tag{6}$$

が得られる. ここで, $\vec{\Sigma_i}$ は

$$\vec{\Sigma_i} = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}, \tag{7}$$

σ_i はパウリ行列を表している. 自由な部分のラグランジアンも含めると,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \mu_\nu\bar{\psi}\vec{\Sigma}\cdot\vec{B}\psi \tag{8}$$

となる. ここから, ハミルトニアンを求めると,

$$\mathcal{H} = \psi^\dagger\gamma^0(i\gamma^j\partial_j + m + \mu_\nu\vec{\Sigma}\cdot\vec{B})\psi \tag{9}$$

を得ることができる. よってニュートリノの 1 粒子ハミルトニアンは, 次のように表すことができる.

$$H = \gamma^0(i\gamma^j\partial_j + m + \mu_\nu\vec{\Sigma}\cdot\vec{B}) \tag{10}$$

ニュートリノの運動量 $\vec{p}$ の方向に対して, なす角 θ の方向に定磁場がある場合のニュートリノのエネルギーを, $\mu_\nu B$ の 1 次の項までで計算すると [4]

$$\begin{aligned} &E_{[s]} \\ &= \pm \sqrt{m_\nu^2 + p^2 + (\mu_\nu B)^2 + 2s(\mu_\nu B)\sqrt{m_\nu^2 + p^2\sin^2\theta}} \\ &\approx \pm \sqrt{m_\nu^2 + p^2} \pm s\,(\mu_\nu B)\sqrt{\sin^2\theta + \frac{m_\nu^2}{m_\nu^2 + p^2}\cos^2\theta} \end{aligned} \tag{11}$$

ここで, s は縮退を解くパラメーターを表している. エネルギーが正の固有状態 $\varphi(s=+1)$ と $\varphi(s=-1)$ でヘリシティの固有状態 $\psi(\pm)$ を作ると,

$$\psi^{(\pm)} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1\pm\rho}\,\varphi(s=-1) \mp \sqrt{1\mp\rho}\,\varphi(s=+1)\right] \tag{12}$$

$$\rho = \left(\frac{m_\nu}{\sqrt{m_\nu^2+p^2}}\right)\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta + \frac{m_\nu}{\sqrt{m_\nu^2+p^2}}\cos^2\theta}$$

となる. 時刻 $t=0$ でヘリシティ負であったニュートリノが, 時刻 $t=T$ で生存している確率 P は, 次のようになる [4].

$$\begin{aligned} P(\downarrow\to\downarrow;T) &= |\psi^{(-)\dagger}\psi^{(-)}(T)|^2 \\ &= \cos^2(\Delta EL) + \rho^2\sin^2(\Delta EL) \end{aligned} \tag{13}$$

$$\Delta E = \mu B\sqrt{\sin^2\theta + \frac{m_\nu}{\sqrt{m_\nu^2+p^2}}\cos^2\theta}$$

式（4）と同様に $L=T$ を用いた.

ニュートリノが限りなく光速に近い速さで運動をしているとき, ヘリシティとカイラリティは同様の物理量とみなすことができる. この結果から, ニュートリノは磁場中でスピンの反転が起こると同時にカイラリティも反転していることを示している. このことは, ニュートリノを弱い相互作用を通して観測する際に重要となる. 何故なら, 弱い相互作用はカイラリティが負（左巻き）の場合のみに作用するからである. つまり, カイラリティが正（右巻き）のニュートリノは観測にかからないことになる [4]. かつてはこのように, カイラリティの変化が考えられていたが, 現在では, フレーバー間によるニュートリノ振動が正しいとされている.

本研究では, エネルギーが正の状態だけでなく, エネルギーが負の状態も含めることによって, 非近似のヘリシティの固有状態を求めた.

4. まとめと展望

本研究では, ニュートリノの質量がゼロでない時に磁気モーメントを持つことを用いて, 磁場との相互作用がどの様な振る舞いを示すのかを説明した. 今回は, ニュートリノがディラック質量を持つものとして考えたが実際には, マヨラナ質量を持つ場合の可能性もある. また, 磁場中のエネルギー固有値を $\mu_\nu B$ の 1 次までについてで近似しているが, 近似を用いない場合の負のエネルギー成分の効果がどのような物理現象を表しているのか調べていきたい.

参考文献

[1] S. Fukuda et al, Phys. Rev. Lett, 86, 5651 (2001) [Super-Kamiokande].

[2] S. Sakata, J. Maki, M. Nakagawa, Prog. Theor. Phys. 28, 870-880 (1962).

[3] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D17, 2369 (1978); S.P. Mikheyev, A.Yu. Smirov, Yad. Fiz. 42, 1441 (1985).

[4] K. Fujikawa, R.E. Shrock, Phys. Rev. Lett. 45, 963 (1980).

[5] R.E. Shrock, Phys. Rev. Lett. D16. 1444 (1977).

[6] W.J. Marcuano, A.I. Sanda, Phys. Lett. 67B, 303 (1977).

[7] J.E. Kim, Phys. Rev. D14, 3000 (1976).