O-36

ボソン的開弦の場の理論における特異性を持つゲージ変換と Multiple-brane 解について
Singular Gauge Transformations and Multiple-brane Solutions in Bosonic Open SFT

○杉田和優[1] , 三輪光嗣[2]
*Kazuhiro Sugita, Akitsugu Miwa

We study multiple-brane solutions in bosonic open string field theory. These are obtained by singular gauge transformations. We discuss relations between the multiple-brane solutions and the singular gauge transformations.

1. 導入

自然界には 4 つの力, 電磁気力, 強い力, 弱い力, そして重力が存在している．このうち重力の量子論は未だによくわかっていない．重力の量子論の難しさの一つは物質の最小単位である素粒子を点粒子, 大きさのない粒子だと考えると, 重力の古典論（一般相対論）を量子化する際に処理できない発散が生じてしまうことである．この困難を回避して重力の量子論を記述しうる候補として弦理論がある．弦理論とは素粒子を点粒子ではなく, 一次元の拡がりを持ったもの, 弦だと考える理論である．そして, 点粒子の場合, 素粒子はそれぞれの種類の素粒子を導入しなければならなかったが, 弦理論においてはすべての素粒子が弦の振動によって現れる．

その弦には 2 種類ある．端のある開いた弦（開弦）と端のない閉じた弦（閉弦）である．開弦の端の境界条件として自由端を考えると, 開弦は考えている全ての次元の空間を動く．固定端境界条件を考えると, 開弦の端はある空間上のみを運動するようになる．この開弦の端となる物体のことを Dirichlet 境界条件より, D-brane と呼ぶ．ボソン的な弦理論を考えると空間の次元が 25 次元でないといけないことがわかるので, 開弦が（ボソン的弦理論において）全ての空間を動けるということは, 25 次元の D-brane 上を開弦が動いているということになる．また D-brane の性質はその上に存在している開弦を調べればわかる．例えば, 開弦のモードに質量の自乗が負であり不安定なタキオン的なモードが存在するということは, D-brane が不安定だということである．

弦理論は真空を一つ決め, その上の摂動論として定義されている．そこで非摂動論的な弦理論が必要になる．それが弦の場の理論（String Filed Theory, SFT）と呼ばれている理論である．この弦の場の理論を解析に用いた現象として Sen が予想したタキオン凝縮というものがある [1, 2]．タキオン凝縮とは D-brane 上に開弦の不安定なタキオンモードが存在している状態から, より安定でタキオン場が真空期待値を持つ状態に移る現象である．そこでは, 開弦の自由度はなくなり従って D-brane もない真空が存在するということである．この現象は D-brane の存在している真空（摂動的真空）と, D-brane の消えた真空（タキオン真空）という, 真空と別の真空の関係を議論している．従って弦の場の理論は, ある真空まわりの揺らぎのみを扱う摂動論を超えた, 非摂動論的な理論として有効な理論である．具体的な解析例としては, 摂動的真空とタキオン真空とのエネルギー差が, 消えた D-brane のエネルギー分であるという計算が（近似計算だけでなく, 厳密解を用いた計算によっても）されてきた [3, 4]．

これより議論する弦の場の理論はボソン的である．これはフェルミオンを含まない理論であり現実は記述しない Toy 模型であるが, 弦の場の理論そのものの理解のためには良い理論である．ここでは触れないが, フェルミオンを含む超弦の場の理論の進展も近年著しい [5, 6]．

2. 弦の場の理論の解

弦の場の理論は弦場によって物理を記述する．その弦場とは弦のあらゆる振動モードを足しあげたものと考える．弦場 Ψ に対する作用は Witten によって以下のように書かれた [7]，

$$S = \mathrm{Tr}[\frac{1}{2}\Psi * Q\Psi + \frac{1}{3}\Psi * \Psi * \Psi], \tag{1}$$

ここで Tr は弦場を数にする演算, Q は BRS 変換のチャージ, $*$ は弦場と弦場を新たな弦場にする積であり, $*$ 積と呼ばれる．$*$ 積は弦の中点同士がぶつかるように定義される．Q の冪零性により, この作用は以下のような弦場に対する無限小ゲージ変換の下で不変である．

$$\delta_\Lambda \Psi = Q\Lambda + \Psi * \Lambda - \Lambda * \Psi. \tag{2}$$

ここでゲージパラメーター Λ も弦場である．また, 有限のゲージ変換は $U = \mathrm{e}^{-\Lambda}$ とすると

$$\Psi' = U * (Q + \Psi *)U^{-1} \tag{3}$$

である．また, 弦場に対する運動方程式は以下である

$$Q\Psi + \Psi * \Psi = 0. \tag{4}$$

[1] 日大理工・院（後）・物理
[2] 日大・教員・物理

3. 特異なゲージ変換

弦の場の理論において, 知られている運動方程式の解のうちのいくつかは以下のような pure-gauge の形をしている.

$$\Psi = U * QU^{-1} \tag{5}$$

ゲージ変換に, すなわち U に特異性がない場合, この形をした解は, 自明な解 $\Psi = 0$ と物理的に等価であるので, これもまた自明な解である. しかし, U に特異性がある場合, 自明な解とは物理的に違う解であってもよい. U の特異性の具体的な評価の方法として多重性 m というものを考える [8]. U は通常 K と書かれる弦場 [9], の関数で決まり,[3]その関数が $K \to 0$, または $K \to -\infty$ のときに K^m のように振る舞うと特異であるとする. この m を多重性といい, $K \to 0$ の時の多重性を m_0, $K \to -\infty$ の時の多重性を m_∞ と書くと, 全体の多重性は $m = m_0 + m_\infty$ となる. 例えば U の中の K の関数が $(K-1) * \frac{1}{K}$ のときは $m = +1 + 0 = +1$ となる.

4. Multiple-brane 解

Murata-Shcnabl によって D-25 brane が N 枚のときのエネルギーを再現する解が見つけられた [10]. このような解を multiple-brane 解という. ここでは前節で説明した, 特異性を持つゲージ変換 U を使用している pure-gauge の形をした multiple-brane 解について, 特に D-brane の枚数が 0 枚, 1 枚, 2 枚の時について議論する（D-brane の枚数が 0 枚の時はタキオン真空解, 1 枚の時は摂動的真空解, 2 枚の時はダブル brane 解と呼ぶ）. 前節で特異性の評価に用いた多重性 m は multiple-brane 解では D-brane の枚数に対応している. Fig.1 に特異性を持つゲージ変換により得られる解を $m = m_0 + m_\infty = -1, 0, 1$ かつ m_0 と m_∞ が $-1, 0, 1$ の範囲で書いた. Fig.1 において縦の矢印によって表されるゲージ変換は, U の中の K の関数が $(K-1) * \frac{1}{K}$, 横の矢印によって表されるゲージ変換は $(1-K)$, 斜めは $-\frac{1}{K}$ である. Fig.1 にある解は 3 つのゲージ変換によって関係しており, 縦の矢印によって表されるゲージ変換は横と斜めのゲージ変換の積になっている. また, $m_0 = m_\infty$ の点線に対称な点で表されている解は inversion 対称性 [11] によって関係している. inversion 対称性は K と $\frac{1}{K}$ を入れ替える対称性で, 0 と無限大の特異性を逆にしている.

[3] 具体的に書くと, $U = B * c + c * B * G(K)$. K,B,c はそれぞれエネルギー運動量テンソル, 反ゴースト, ゴーストをもとにした弦場であり,$G(K)$ は K の関数である.

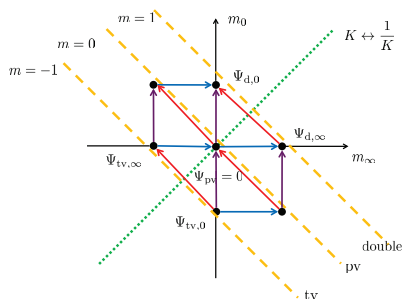

Fig.1 Each point in this graph represents a multiple-brane solution and each arrow represents a gauge transformation from the starting point to the end point of the arrow. Each pair of Parallel arrows represents a same gauge transformation. Solutions on a common dashed line represent solutions with the same number of D-branes and solutions which are symmetric with respect to the dotted line of $m_0 = m_\infty$ are related by the exchange $G(K)$ for $G(1/K)$. For the definition of $G(K)$ see the footnote 3.

5. まとめと今後の課題

ボソン的開弦の場の理論における multiple-brane 解と特異性を持つゲージ変換の関係について議論した. これは, D-brane の枚数が違う真空の間の関係を議論しており, 非摂動論的であるため弦の場の理論ならではの議論である. 今後の課題としては, より多い枚数の D-brane の場合の解析や, D25-brane 以外の場合についての研究が課題である.

参考文献

[1] A. Sen, Int. J. Mod. Phys. A **14** (1999) 4061.
[2] A. Sen, JHEP **9912** (1999) 027.
[3] M. Schnabl, Adv. Theor. Math. Phys. **10** (2006) 433.
[4] T. Erler and M. Schnabl, JHEP **0910** (2009) 066.
[5] H. Kunitomo and Y. Okawa, arXiv:1508.00366 [hep-th].
[6] A. Sen, arXiv:1508.05387 [hep-th].
[7] E. Witten, Nucl. Phys. B **268** (1986) 253.
[8] T. Masuda, T. Noumi and D. Takahashi, JHEP **1210** (2012) 113 .
[9] Y. Okawa, JHEP **0604** (2006) 055.
[10] M. Murata and M. Schnabl, JHEP **1207** (2012) 063.
[11] H. Hata and T. Kojita, JHEP **1302** (2013) 065 .