O-4

ヒッグス場によるインフレーション

Inflation via the Higgs field

○中村匠[1], 二瓶武史[2]
*Takumi Nakamura[1],Takeshi Nihei[2]

Abstract: We argue that the Higgs boson of the standard model can lead to inflation. We calculate the Higgs one-loop effective potential with the two-loop renormalization group. The observed value of the Higgs mass indicates that the Higgs potential becomes small and flat at the scale around 10^{17}GeV. We reconsider the Higgs inflation scenario proposed by Bezrukov and Shaposhnikov. It turns out that the non-minimal coupling ξ of the Higgs-squared to the Ricci scalar can be much smaller than that in the original scenario.

1 本研究の動機

標準的なビッグバンモデルが抱える, 平坦性問題, 地平線問題, モノポール問題を解決する有望なシナリオがインフレーション理論である [1][2]. また, インフレーション理論ではインフラトンとよばれるスカラー場によって宇宙が指数的膨張をする.

2014 年, BICEP グループが原子重力波による B-mode を発見したと主張した [3]. しかし, その後の解析では天の川銀河ダストによる影響が無視できないとされている. B-mode とは, 宇宙背景放射に, インフレーション起源重力波によってつくられる偏光のパターンである. 重力波をとらえることができれば, 無数にあるインフレーションモデルの選別が可能になり, インフレーションの終わった時刻 (ビッグバンの時刻) もわかるようになる. 2012 年に発見されたヒッグス粒子 [4] は, スカラー場として発見された唯一の素粒子であり, 単純にそれをインフラトンとして考えることは興味深い.

2 インフレーション理論

2.1 指数的宇宙膨張

一様等方な 3 次元空間を表したロバートソンウォーカー計量と, 時空の進化を支配するアインシュタイン方程式を組み合わせることにより, 各時刻 t における空間の「大きさ」を表す関数であるスケールファクタ $a(t)$ に対してのフリードマン方程式が導出できる.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{1}$$

ここで K は曲率, G は重力定数, ρはエネルギー密度である. 宇宙初期に, エネルギー密度のなかで宇宙定数 Λ が優勢になったとすると, その時のフリードマン方程式は次のように書ける.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\Lambda = H_i^2 \tag{2}$$

ここで H_i は定数である. この微分方程式を解くと, $a(t) \sim e^{H_i t}$ となり, 宇宙は指数的に膨張する.

2.2 スローロールインフレーション

(2) 式における宇宙定数 Λ ではインフレーションが終わらず, 今も続いていることになる. そこで, インフレーションを終わらせるために, インフラトンと呼ばれるスカラー場 ϕ を導入する. インフラトンのポテンシャルを $V(\phi)$ とすると, ϕ のエネルギー密度は,

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \tag{3}$$

となり, ϕ の運動方程式は,

$$\ddot{\phi} + 3H(t)\dot{\phi} = -\frac{dV}{d\phi}, \qquad H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a} \tag{4}$$

となる. ここで $H(t)$ はハッブルパラメータ.

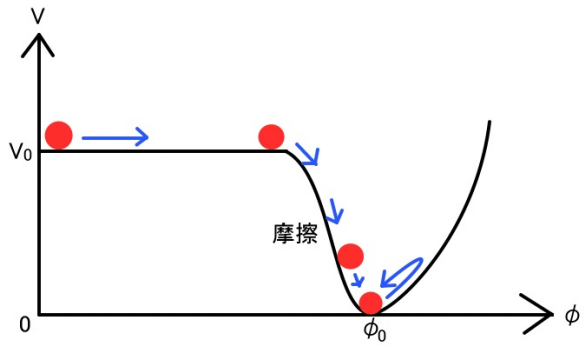

Figure1. Inflation potential

はじめにインフラトンが平らなポテンシャル V_0 上にあるとする. その上を ϕ がゆっくり転がると,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_\phi \approx \frac{8\pi G}{3}V(\phi) = \text{const.} \tag{5}$$

となり, インフレーションが起きる. やがて ϕ_0 に転がり落ち, インフレーションが終わる. $H(t)\dot{\phi}$ に比例するハッブル摩擦項のために減衰振動をし, その摩擦エネルギーにより, 宇宙は再加熱され, ビッグバンがおきる.

[1]日大理工・院 (前)・物理
[2]日大・教員・物理

3 ヒッグス・インフレーション

ヒッグス場をインフラトン場とするシナリオ [5] を考える．Jordan frame における作用は次のように書ける．

$$S_J = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{-\frac{M_P^2+\xi h^2}{2}R + \frac{\partial_\mu h\partial^\mu h}{2} - \frac{\lambda}{4}(h^2-v^2)^2\right\} \quad (6)$$

g は計量, ξ は無次元パラメータ, h はヒッグス場, M_P はプランク質量である．$\xi h^2 R$ の項は, ゲージ変換と一般座標変換のもとで不変で, くりこみ可能な項からでてくるものである．$\xi h^2 R$ の項を消去するためにヒッグス場 h から χ に変数変換をすると, Einstein frame による作用が導出できる．

$$S_E = \int d^4x\sqrt{-\hat{g}}\left\{-\frac{M_P^2}{2}\hat{R} + \frac{\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi}{2} - U(\chi)\right\} \quad (7)$$

このとき, ポテンシャルは
$U(\chi) = \frac{1}{\Omega(\chi)^4}\frac{\lambda}{4}(h(\chi)^2-v^2)^2$ である．

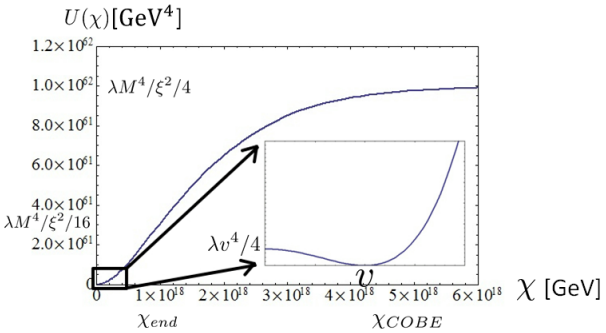

Figure2. Einstein frame potential

Fig.2 からわかるように χ が十分に大きいと, インフレーションに必要な平らなポテンシャルが自然に実現される [5]．このときのスローロールパラメータは次のようになる．

$$\epsilon = \frac{M_P^2}{2}\left(\frac{dU/d\chi}{U}\right)^2 \cong \frac{4M_P^4}{3\xi^2h^4}, \eta = M_P^2\frac{d^2U/d\chi^2}{U} \cong \frac{4M_P^4}{3\xi h^2} \quad (8)$$

$\epsilon \ll 1$ や $\eta \ll 1$ が成り立っていれば, スローロールインフレーションが起こる．また, 観測結果より $\xi \cong 49000\sqrt{\lambda}$ とわかる．ここでは $\xi \gg 1$ でないと観測と合わない．

曲率ゆらぎの大きさを k^{n-1} で表し (k はゆらぎの波数), n が 1 に近いとスケールによらないゆらぎである．このとき曲率ゆらぎのスペクトル指数は $n = 6\epsilon + 2\eta \cong 1 - 8(4N+9)/(4N+3)^2 \cong 0.97$ となる．重力場のゆらぎをテンソルとスカラーに分けた比であるスカラーテンソル比は $r = 16\epsilon \cong 192/(4N+3)^2 \cong 0.0033$ と計算できる．これは WMAP の観測からの制限をみたしている．

4 くりこみ群の効果

量子効果を含めると, ヒッグスの結合定数 λ はくりこみ点 μ に依存するため, その効果を考える [6]．two-loop のくりこみ群方程式の解を近似したものを考えると, Jordan flame におけるポテンシャルは,

$$V = \frac{X^4}{4}\left(\lambda_{\min} + \frac{\beta_2}{(16\pi^2)^2}\left(\ln\frac{X}{c}\right)^2\right)\left(\frac{M_p}{\sqrt{\xi}}\right)^4 \quad (9)$$

となる．ここでは $X = \frac{\phi}{M_p/\sqrt{\xi}}$ とおいた．また, Einstein frame におけるポテンシャルに変換すると,

$$U = \frac{X^4}{(1+X^2)^2}\frac{1}{4}\left(\lambda_{\min} + \frac{\beta_2}{(16\pi^2)^2}\left(\ln\frac{X}{c}\right)^2\right)\left(\frac{M_p}{\sqrt{\xi}}\right)^4 \quad (10)$$

となる．

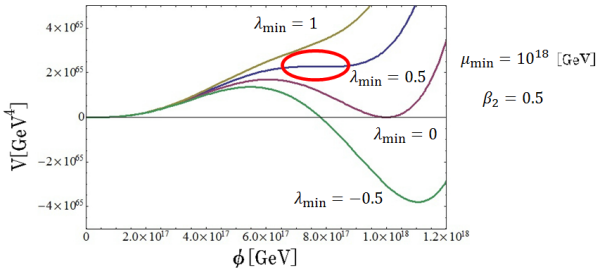

Figure3. Critical point

Fig.3 は丸で囲った critical point と呼ばれる平らな部分が出るように V を調整した図で, critical point 周辺では ξ は大きくなくても, インフレーションに必要な平らなポテンシャルができるため, ξ は 10 程度まで下げられる [6]．また, (8) 式と同様にスローロールパラメータを求め, 曲率ゆらぎのスペクトル指数, スカラーテンソル比を計算する．それは WMAP の観測からの制限をみたしている．

5 まとめと今後の課題

インフレーション理論における指数的膨張のしくみと, ヒッグス・インフレーションのシナリオを紹介した．また, この模型では, ゆらぎの大きさは WMAP の観測からの制限をみたしている．今回は two-loop のくりこみ群方程式の解を近似したものを扱ったが, 今後は近似式を用いずに求めたい．

6 参考文献

[1] A.H. Guth, Phys. Rev. D 23, 347 (1981).

[2] K. Sato, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 195, 467 (1981).

[3] BICEP2 Collaboration Phys. Rev. Lett. 112, 241101 (2014).

[4] ATLAS Collaboration Phys. Lett. B716, 1-29 (2012).

[5] F.L. Bezrukov, M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B659, 703-706 (2008).

[6] Y. Hamada, H. Kawai, K.-y. Oda, S.C. Park, Phys. Rev. D91, 053008 (2015).