

宇宙輸送システムのレジリエンス向上のための数理最適化 Mathematical optimization for improving the resilience of space transportation systems

○永山久礼緒¹, 高橋晶世²
*Kureo Nagayama¹, Akiyo Takahashi²

In recent years, the success rate of satellite launches has stagnated. We wanted to increase the success rate for future space transportation, so we decided to look for a solution from a resilience perspective. We focused on mathematical optimization in resilient systems, and chose the simplex method as a basic method. We will also clarify the optimization problem currently under consideration and explain the analysis method using an example using Python.

1. 研究背景

宇宙輸送システムの打ち上げ失敗率は横ばいの傾向にある。公開データによれば衛星の打ち上げ失敗は1970年から2010年までの40年で5%程度(Figure 1)である。[1]

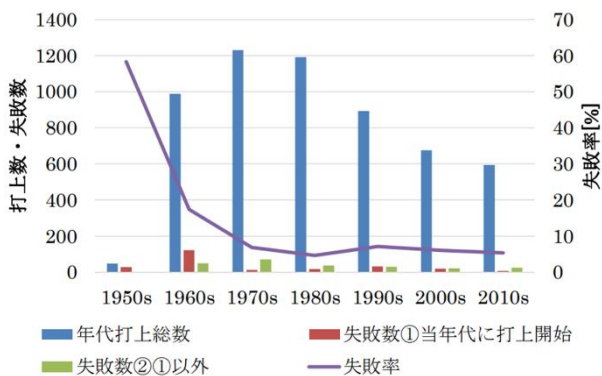


Figure 1. Satellite launch failure rate [1]

打ち上げ失敗につながるハザードを抽出するため、宇宙輸送システムのハザードの調査・リスク評価が行われ、推進系のリスク低減・ハイブリッドロケットの採用が失敗率の低下に有益である可能性が示唆された。しかしながら、この先行研究で実施されたリスク評価はマトリクス法であり、ハザードの発生確率も考慮されていない。そこで、より客観的な評価を行うため、レジリエンス工学の観点から研究を進める。レジリエンスとは想定外の事態への対応を追求する学問であり、E.Hollnagel [2]によって提唱された。レジリエンス工学を理想的に実現した宇宙輸送システムとは外乱があっても、衛星を軌道投入可能あるいは損傷せずに帰還が可能なシステムである。以上より本研究目的ではレジ

リエンス工学の知見に基づきレジリエントな宇宙輸送システムの提案を目指した。そのために数理最適化により、レジリエンス向上への貢献度が高い設計パラメータを抽出する。

2. 研究概要のアプローチ

レジリエンス工学の既往研究 [3] で問題解決に採用されている数理最適化に着目する。例えば、エネルギーシステムにおけるレジリエンス向上施策では費用便益(費用対効果)の最適化問題として定式化されることが多い。そこでまずは数理最適化の基本的な手段の一つである単体法を採用し、宇宙輸送のリスクを軽減するための最適化問題を解いていくこととする。

3. 研究方法

Figure 2は単体法の概略を示したものである。x軸とy軸は目的関数の変数を表す。制約条件をすべて満たす実行可能解から探索を開始し、暫定解が改善する隣接の頂点への移動を繰り返す方法が単体法である。[4]

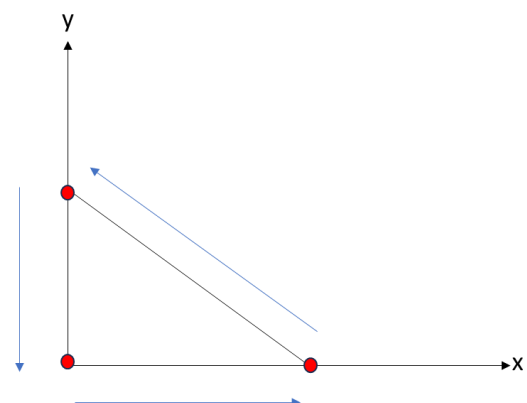


Figure 2. Simplex method schematic

1 : 日大理工・学部・航宇 2 : 日大理工・教員・航宇

このように探索を繰り返していくことで目的関数の最小・最大を発見し最適解とする方法である。

宇宙輸送システムのリスクを最小化する最適化問題として、下記のような立式が考えられる。

$$x_j: \text{電力系のリスク, } x_2 \text{ 構造系のリスク} \dots$$

$$\text{最小化 } x_1 + x_2 \dots + x_5$$

$$\text{条件 } x_1, x_2, \dots, x_5 \geq 0$$

現在、複数の定式化を検討中である。

実際に最適化問題を解くために打ち上げ数の多いH2Aの調査を行っている。例えば、6号機の打ち上げ失敗はノズル損傷による固体ブースタ分離失敗が原因であるが、H2Aで推進系にハザードが発生したのは47機の打ち上げ中1機のみであり、H2Aにおける推進系のハザード発生確率が計算できる。このように機種を限定してサブシステムの不具合発生率を調査し、単体法の要素とする予定である。

4. 解析方法

単体法は Jupyter Notebook (6.5.2) による Python (ver3.10.9) で実施する。ここでは実際に単体法を実行した例として野菜ジュースを挙げる。以下の問題は最小化の目的関数と条件のいくつかを示したものである。Table 1 は、野菜ジュースに含まれる栄養素と野菜 1kg の価格である。栄養素の必要量を満たしつつ野菜ジュースの原料費の購入価格の最小化を図る。

Table 1. Required amount and price of vegetables

	Tomato (x_1)	Carrot (x_2)	Spinach (x_3)	Required amount (unit)
Dietary fiber	10	25	30	50
Vitamin-C	15	5	35	60
Iron	2	2	20	10
β -carotene	5	80	40	40
price (1kg)	400	250	1000	

$$\text{最小化 } 400x_1 + 250x_2 + 1000x_3$$

$$\text{条件 } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$10x_1 + 25x_2 + 30x_3 \geq 50$$

$$15x_1 + 5x_2 + 35x_3 \geq 60$$

$$2x_1 + 2x_2 + 20x_3 \geq 10$$

$$5x_1 + 80x_2 + 40x_3 \geq 40$$

上記の最適化問題を解く際には Figure 3 のようなコーディングを行う。

```
import pulp

problem=pulp.LpProblem('単体法例ジュース',pulp.LpMinimize)

x1=pulp.LpVariable('x1',cat='Continuous')
x2=pulp.LpVariable('x2',cat='Continuous')
x3=pulp.LpVariable('x3',cat='Continuous')

problem+=400*x1+250*x2+1000*x3
problem+=10*x1+25*x2+30*x3>=50
problem+=15*x1+5*x2+35*x3>=60
problem+=2*x1+2*x2+20*x3>=10
problem+=5*x1+80*x2+40*x3>=40
problem+=x1>=0
problem+=x2>=0
problem+=x3>=0

status=problem.solve()

print('Status:',pulp.LpStatus[status])
print('x1=',x1.value(),',x2=',x2.value(),',x3=',x3.value(),',obj=',problem.objective.value())

Status: Optimal
x1= 3.6391753 x2= 0.43298969 x3= 0.092783505 obj= 1656.7010475000002
```

Figure 3. Example of simplex method

結果の Status:Optimal は最適解が導けたことを表し、その下ではそれぞれの変数の最適解・目的関数の最小値を表している。

5. まとめ

打ち上げ失敗率が横ばいであることから、宇宙輸送は想定外の事態への対応を必要とすると考えた。そこで着目したのがレジリエンス工学であり、既往研究から数理最適化の単体法を使って研究を進めることとした。具体的には宇宙輸送システムのリスクを最小化する最適化問題を提起し、それぞれの変数に合うような条件を定めて解析を行う。

6. 参考文献

[1] 高橋晶世:「ハイブリッドロケット推進薬に係る保安距離の定量評価に関する研究」, 東京大学博士論文, p.2, 2017

[2] E. Hollnagel : “Resilience Engineering”, SUOMEN PSYKOLOGINEN SEURA, p.1, 2007

[3] 吉田一雄:「レジリエンス工学入門」, 講談社, p.67, 2017

[4] 梅谷俊治:「しっかり学ぶ数理最適化」, 日科技連, p.25, 2020