O-9

A black hole solution with multiple injectons in JT gravity

A black hole solution with multiple injectons in JT gravity

◯齊藤佑太[1]，　三輪光嗣[2]
*Yuuta Saito[1], Akitsugu Miwa[2]

Abstract: We discuss a black hole solution with multiple injectons in JT gravity. The solution is written in terms of the modified Bessel functions. Integration constants are determined by the matrix recurrence relation which is derived from boundary conditions. We also consider the limit in which intervals between injections are eliminated.

1. 背景と目的

２次元重力理論の１つに Jackiw-Teitelboim（JT）重力理論 [1][2] がある．この重力理論では AdS_2 ブラックホール (BH) 時空の解析が盛んに行われている．ところで, BH を議論する際には Hawking 輻射と呼ばれる BH からの輻射を考えることがよくある．この輻射は BH 時空中での量子効果によって生じる現象であり, この現象を考えることは BH を記述する一般相対性理論と量子論の両方を考えていることに他ならない．しかし, Hawking 輻射は量子論を考える際に必要となるユニタリー性と矛盾する．この矛盾によって生じた問題は BH 情報喪失問題 [3] と呼ばれ, 近年この問題の議論にも JT 重力理論が用いられている [4]．ただし, その議論では AdS_2 BH 時空の両側に 2 次元平坦時空を結合した時空が用いられる．この時空が熱平衡状態である時, 平坦時空の無限遠から BH に向かってエネルギーを 1 度打ち込むことで BH の蒸発過程が再現できる．ただし BH が完全に蒸発するのではなく打ち込まれたエネルギーの分だけ蒸発する．

我々も BH 情報喪失問題に関する研究をしており, 上で述べた時空に対してエネルギー入射回数を n 回に拡張した時空を用いて議論している．その研究の中で Fig. 1 のような n 回のエネルギー入射を含む時空での JT 重力理論の解を構成した．本講演の目的はこの解を紹介し, さらにエネルギーの入射間隔をゼロにした極限についての議論・考察を行うことである．

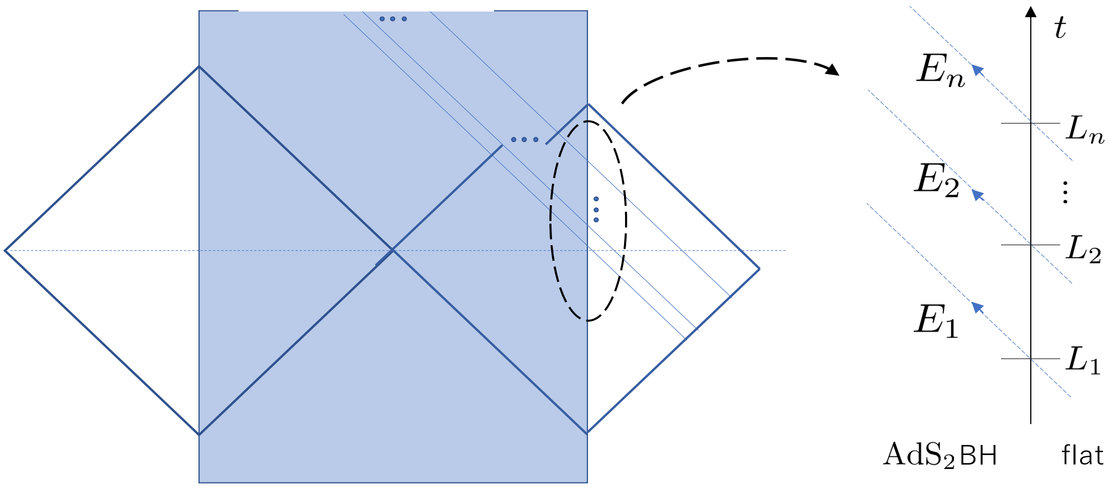

Fig. 1: A black hole with multiple injections. The blue region is the AdS_2 BH spacetime. Bold diagonal lines in the region are BH horizons. Thin diagonal lines express energy injenctions. Outside regions are the flat spacetimes.

2. JT 重力理論

JT 重力理論の作用は以下で与えられる：

$$I_{JT} = \frac{\phi_0}{16\pi G_N}\left(\int_{\text{内部}} R + \int_{\text{境界}} 2K\right) + \frac{1}{16\pi G_N}\left(\int_{\text{内部}} \phi(R+2) + \int_{\text{境界}} 2\phi_b K\right). \tag{1}$$

ϕ はディラトンと呼ばれるスカラー場で, 定数 ϕ_0 を用いて $\phi+\phi_0$ が 2 次元時空中の面積を表す．ϕ_b は境界でのディラトン, R はスカラー曲率, K は境界上の外部曲率, G_N は Newton 定数である．この作用を ϕ に関して変分すると運動方程式 $R+2=0$ が得られるので, 時空は局所的に AdS_2 である．この運動方程式を作用に代入すると第 2 項カッコ

1：日大理工・院（後）・物理，　2：日大理工・教員・物理

内第 1 項は消える．また 2 次元で第 1 項はダイナミクスを持たないため, 第 2 項カッコ内第 2 項のみがダイナミクスを持つ．したがって JT 重力理論では境界によって時空が決まる．

JT 重力理論の解析方法に境界上の時間 t と Poincare 座標の時間 x との関係 $x(t)$ で記述する方法がある．この $x(t)$ は境界の形を定めるため, JT 重力理論での時空は $x(t)$ によって決まる．そのため, この $x(t)$ を解と呼ぶこともある．この解によって AdS_2 や AdS_2 BH 時空といった時空が得られる．

3. n 回のエネルギー入射による JT 重力理論の解

以降両側から平坦時空が結合された AdS_2 BH 時空を考え, エネルギーを打ち込むまでは平坦時空も合わせて逆温度 β の熱平衡状態であると仮定する．また, AdS_2 BH 時空（内部）と平坦時空（外部）の間 (境界) でエネルギー運動量カレントは反射しないものとする．そして, Fig. 1 のように境界の時間 $t = L_1, L_2, \ldots, L_n$ で無限遠からエネルギー $E_1, E_2, \ldots, E_n$ の入射を行う．$k(= 0, 1, \ldots, n)$ 回のエネルギー入射後における時空での $x(t)$ は以下の式で記述できる：

$$x(t) = \frac{a_k K_\nu^k(t) + b_k I_\nu^k(t)}{c_k K_\nu^k(t) + d_k I_\nu^k(t)}, \quad K_\nu^k(t) = \begin{cases} e^{\frac{\pi}{\beta}t} & k = 0, \\ K_\nu(\nu u_k(t)) & k \geq 1, \end{cases} \quad I_\nu^k(t) = \begin{cases} e^{-\frac{\pi}{\beta}t} & k = 0, \\ I_\nu(\nu u_k(t)) & k \geq 1, \end{cases} \tag{2}$$

ここで K_ν, I_ν は変形 Bessel 関数, ν や $u_k(t)$ は境界でのディラトンの正則部分 ϕ_r と場の自由度（中心電荷）c を用いて

$$u_k(t) = \sqrt{\frac{12\kappa\beta^2}{\pi c}\sum_{i=1}^{k} E_i e^{\kappa L_i}}\, e^{-\frac{\kappa}{2}t}, \quad \nu = \frac{2\pi}{\beta}\frac{3\phi_r}{cG_N} = \frac{2\pi}{\beta\kappa}, \tag{3}$$

と書くことができる．さらに変形 Bessel 関数の係数は

$$\begin{pmatrix} a_k & c_k \\ b_k & d_k \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & k = 0, \\ -\frac{2}{\kappa}\begin{pmatrix} \dot{I}_\nu^k(L_k) & -I_\nu^k(L_k) \\ -\dot{K}_\nu^k(L_k) & K_\nu^k(L_k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} K_\nu^{k-1}(L_k) & I_\nu^{k-1}(L_k) \\ \dot{K}_\nu^{k-1}(L_k) & \dot{I}_\nu^{k-1}(L_k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{k-1} & c_{k-1} \\ b_{k-1} & d_{k-1} \end{pmatrix} & k \geq 1, \end{cases} \tag{4}$$

である．この関数 $x(t)$ はエネルギー入射回数によって変化するが, エネルギーを入射する前後で $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ が連続につながる境界条件を課すことで (4) 式の漸化式が得られる．そして仮定を満たすようにエネルギーを打ち込む前である初期状態（$k = 0$）は熱平衡状態の解を選んだ．

4. エネルギー入射間隔をゼロにする極限の考察

それぞれのエネルギー入射間隔をゼロにする極限に関して解を考察する．そのためには (3) 式と (4) 式において極限を考察する必要がある．ここでは (4) 式に関してコメントする．k での係数と $k-2$ での係数の関係は (4) 式によって定まり, その式は行列

$$\mathscr{A}_{k-1} = \begin{pmatrix} K_\nu^{k-1}(L_k) & I_\nu^{k-1}(L_k) \\ \dot{K}_\nu^{k-1}(L_k) & \dot{I}_\nu^{k-1}(L_k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{I}_\nu^{k-1}(L_{k-1}) & -I_\nu^{k-1}(L_{k-1}) \\ -\dot{K}_\nu^{k-1}(L_{k-1}) & K_\nu^{k-1}(L_{k-1}) \end{pmatrix} \tag{5}$$

を含む．$\mathscr{A}_{k-1}$ は $L_k = L_{k-1}$ とした時, 単位行列に比例することが簡単に確かめられる．そのため $L_k \sim L_{k-1}$ とした時, $\mathscr{A}_{k-1}$ の微小量 $L_k - L_{k-1}$ に関する 1 次は単位行列からの微小なずれとなる．そのため, このずれを集めることで (4) の離散パラメータである k を連続パラメータに書き換えた表式が得られると我々は期待している．

参考文献

[1] R. Jackiw, Nucl. Phys. B **252**, 343-356 (1985).

[2] C. Teitelboim, Phys. Lett. B **126**, 41-45 (1983).

[3] S. W. Hawking, Phys. Rev. D **14**, 2460-2473 (1976).

[4] K. Goto, T. Hartman and A. Tajdini, JHEP **04**, 289 (2021).