

簡易的なモデルを用いたペーパードリップによるコーヒー抽出過程の数値計算
Simulation Using a Simple Model of Coffee Extraction Process in Drip Filter Brewing System

○鈴木慶¹, 小紫誠子²

*Kei Suzuki¹, Satoko Komurasaki²

Abstract: In order to investigate a coffee extraction process in a drip filter brewing system, a flow of hot water including coffee grains in a filter is simulated. The computation is carried out using a smoothed particle hydrodynamics method devised for incompressible fluids flow. In the computation, a simple flow problem without chemical reactions is solved. As a result of computations in cases with and without pre-wetting before pouring water, it is shown that the coffee concentration becomes higher for a while in the case with pre-wetting. The computational results show only a limited effect of pre-wetting in the coffee brewing.

1. 諸論

ペーパードリップなどによるコーヒーの抽出においては、種々の仮定の下でモデル方程式が提案されており、シミュレーションが行われている^{[1][2]}など。しかし、物理現象を考慮して立てられた微分方程式を用いているものの、多くは初期条件などの諸条件の下で数値計算を行い成分量などの数値データを得るもので、その過程の流れ場を解析したものではない。

本研究では、ペーパードリップによるコーヒー抽出において、コーヒー粉と湯の流れ場を解析し、成分抽出の過程の流体力学的メカニズムを解明することを目的として、数値シミュレーションを行う。特に、流れの可視化を適切に行うことで、現象の本質を捉えることを試みる。

2. 数値計算法

2.1 非圧縮性SPH法

SPH法は、連続体を粒子の集合体として近似する。各粒子においては粒子中心から遠方に広がる定義域でカーネル関数が定義され、空間の密度などの物理量は、各粒子のカーネル関数の重ね合わせによって得られる値に応じて与えられる。本計算ではこれを非圧縮性流体に適用、計算を高速化できるよう改良された方法^[4]を採用する。すなわち、支配方程式である圧縮性ナビエ・ストークス方程式について、圧力勾配項を無視して仮速度を求め、次にその仮速度により移動した各粒子の配置が均一になるよう補正するための圧力勾配を求め、これを考慮して最終的な速度を決定する。

2.2 支配方程式

SPH法における圧縮性ナビエ・ストークス方程式は粒子 a に着目すると式(1)の形で書かれる。 b は粒子 a の周囲の粒子である。 $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$ はそれぞれ粒子 a, b の座標、 $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$ である。以下添え字 a, b は $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$ における物理量を表す。 m は粒子の質量で一定値、 \mathbf{v} は粒子速度、 ρ は密度、 p は圧力、 μ は粘性係数で一定値である。式(1)の右辺第1項は圧力勾配の項、第2項は粘性項、第3項は重力項である。式(2)は \mathbf{r}_a における密度を計算する式である。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_a}{\partial t} = - \sum_b m \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b \frac{m \cdot 2\mu}{\rho_a \rho_b} (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2} + \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\rho_a = \sum_b m \cdot W_{ab} \quad (2)$$

ここで、 W をカーネル関数として、 W_{ab} は式(3)のように表される。 h はカーネル関数の広がりや規格化パラメーターで、本研究では粒子直径の2倍としている。

$$W_{ab} = W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h) \quad (3)$$

密度 ρ_a は、カーネル関数を通して質量 m の粒子 a および周囲に存在する同じく質量 m の粒子 b の影響を加味して、計算される。

また流れにおいて温度やコーヒー濃度の変化を考慮するため、式(4)で表されるような移流拡散方程式を解く。式(4)は温度 T についての式で、 K は熱伝導率、 C は比熱である。

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} = \sum_b \frac{m}{\rho_b} \left(\frac{K_a}{C_a \rho_a} + \frac{K_b}{C_b \rho_b} \right) (T_a - T_b) \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2} \quad (4)$$

2.3 計算方法

非圧縮性SPH法では、まず、式(1)において圧力勾配項を無視した式の、時間微分項を前進差分近似した式(5)を用いて仮速度 \mathbf{v}_a^* を計算し、粒子 a を仮速度に従って移動させる。移動後の仮位置の座標を \mathbf{r}_a^* とする。他の粒子も同様に移動させると、密度場に不均一性が生じる。非圧縮性流体では密度場は均一であるため、式(1)の圧力勾配に従って少しずつ粒子を移動させながら密度均一化を図る。

仮速度と仮位置の計算

$$\mathbf{v}_a^* = \mathbf{v}_a + \Delta t \left[\sum_b \frac{m \cdot 2\mu}{\rho_a \rho_b} (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2} + \mathbf{g} \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_a^* = \mathbf{r}_a + \Delta t \cdot \mathbf{v}_a^*$$

式(5)で求めた \mathbf{v}_a^* と \mathbf{r}_a^* を出発値として、式(6)と、式

(1)において右辺に圧力勾配項のみを置いてつくられる式(7)を反復させることで、 \mathbf{v}_a^* と \mathbf{r}_a^* を補正し次の時間の粒子の位置を決定する。iは反復を表す添え字である。εは緩和係数である。

密度均一化

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{a_0} &= \mathbf{v}_a^*, \quad \mathbf{r}_{a_0} = \mathbf{r}_a^* \\ \mathbf{r}_{a_i} &= \mathbf{r}_a + \Delta t \cdot \mathbf{v}_{a_i} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_{a_{i+1}} = \mathbf{v}_{a_i} - \varepsilon \left[\sum_{b_i} m \left(\frac{p_{a_i}}{\rho_{a_i}^2} + \frac{p_{b_i}}{\rho_{b_i}^2} \right) \nabla_{a_i} W_{a_i b_i} \right] \quad (7)$$

2.4 計算条件

Fig.1は本計算の概略図である。鉛直方向をz方向にとり、粒子径を1としたときの計算領域の大きさは、(x,y,z)=(48,48,36)である。移動しない粒子でフィルターとホルダーを表現し、湯は流体粒子（水粒子）、コーヒー粉は移動できる固体粒子（コーヒー粒子）で表す。フィルターは水粒子が通過できるようにランダムに穴を空ける。フィルター内にはコーヒー粒子を配置し、現実のハンドドリップのように、円を描くように水粒子をコーヒー粒子の上に落とす。フィルター下部から落ちた水粒子はコップで回収される。

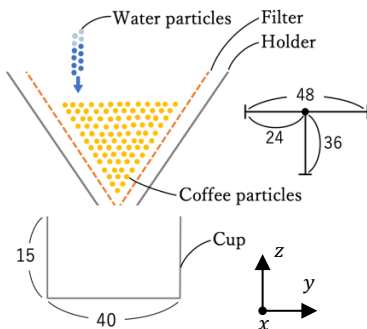


Fig.1 Schematic diagram of computational domain.

本計算では初期に少量の湯を落とした後に一定時間注水を止める“蒸らしあり”，注水が途切れない“蒸らしなし”の2つのケースについて計算を行い比較する。ただし、両ケースで注水する水粒子の総量は同じものとする。また、粒子がフィルター上部から溢れないように水粒子の注水量を調整している。

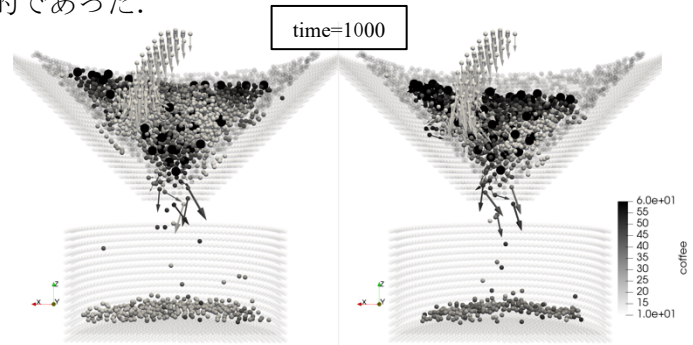
コーヒー粉の成分が湯に溶け込む抽出過程を再現するために、コーヒー濃度を移流拡散方程式で計算する。また、コーヒー粒子同士が隙間なく集まって水粒子が通れなくなることを防ぐために、コーヒー粒子間に一定の距離を置くよう計算において考慮する。さらに、コーヒー粒子とフィルターを構成する固体粒子との間にも一定間隔を置くことで、水粒子のようにフィルターを通過することも防ぐ。

3. 計算結果

Fig.2は、蒸らし直後に、再注水が始まる時間 (time=1000) における、フィルターとコップ内のコーヒー粒子と水粒子の様子で、実際には同じ大きさの粒子のうち、コーヒー粒子のみ分かりやすくするために大きく表示している。(a)は蒸らしなし、(b)は蒸らしありの場合で、各粒子はコーヒー濃度が高いほど濃い色で色付けされている。(b)の図から、蒸らしした後、再注水開始時のフィルター内では残っている水粒子が少量の

ため、これらの水粒子のコーヒー濃度がより高いことが分かる。Fig.3は、コップ内の平均コーヒー濃度の時間変化のグラフである。

蒸らし開始後しばらくは、“蒸らしなし”よりも“蒸らしあり”の方がコップ内の平均コーヒー濃度は高くなっているが、その後時間の経過と共にその差は小さくなっていくことが分かる。このように、本計算ではコーヒー濃度においては蒸らしの効果は限定的であった。



(a) Without pre-wetting (b) With pre-wetting
Fig.2 Flow of water including coffee grain and diffusion of coffee concentration in each case.

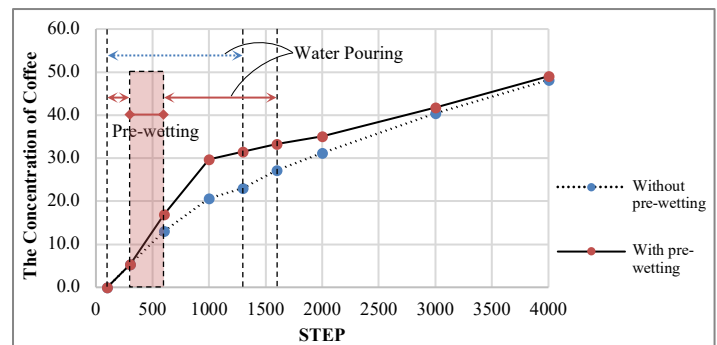


Fig.3 Time development of coffee concentrations in the bottom cup.

4. 参考文献

- [1] Kevin M Moroney et al.: Coffee extraction kinetics in a well mixed system, Journal of Mathematics in Industry (2017)
- [2] Kevin M Moroney et al.: Modelling of coffee extraction during brewing using multiscale methods: an experimentally validated model. Chem Eng Sci. (2015)
- [3] いれ方が味の差になる！？抽出方法、いくつか知っていますか？, キーコーヒー (2022)
https://www.keycoffee.co.jp/shallwedrip/coffeeknowledge/content_a/
- [4] 阿川 雅教, 茂田 正哉, 伊澤 精一郎, 福西 祐: 斜面上を流下する液体の非圧縮 SPH シミュレーション, 第23回数値流体力学シンポジウム A9-4 (2006) pp. 7-8.
- [5] 桑原邦郎, 河村哲也: 流体計算と差分法, 朝倉書店 (2005)
- [6] 河村哲也: 流体解析の基礎, 朝倉書店 (2014)
- [7] 若林素子: ドリップコーヒーの給湯法による抽出カフェイン濃度の違い, 鎌倉女子大学紀要(20) (2013) pp. 21-26