受験番号		氏名	

令和８年度

大学院理工学研究科
博士前期課程入学試験（一般第１期）

数 学 専 攻 試 験 問 題

表　紙

試験についての注意事項

（１） 解答時間は１２０分です.
（２） 試験開始の合図があるまで，この問題を開いてはいけません.
（３） 問題用紙は，表紙を除いて　4　枚です.
（４） 全ての用紙に受験番号，氏名を必ず記入しなさい.
（５） 問題等に関する質問がある場合は，着席のまま手をあげなさい.
（６） 解答欄が足りない場合は，解答用紙の裏面を使用してもかまいません.
その場合は，裏面を使用する旨を表面に明記し，表面の点線よりも下の部分を使用してください.

採点欄	
問題―１	
問題―２	
問題―３	
問題―４	
合計	/100

令和７年７月６日実施

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－1] $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -6 & 3 & -6 \\ -6 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ とする．また，実線型写像 $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ を $f(x) = Ax$ $(x \in \mathbb{R}^3)$ で定める．次の問いに答えなさい．

(1) A の行列式を求めなさい．

(2) f の核と像の基底をそれぞれ求めなさい．また，f の核と像の次元をそれぞれ求めなさい．

(3) A の固有値をすべて求めなさい．

(4) $\mathbb{R}^3$ の基底 E で，f の E に関する表現行列が $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$ となるようなものを 1 つ求めなさい．

(5) $\mathbb{R}^3$ の基底 F で，f の F に関する表現行列の成分がすべて偶数になるようなものは存在しないことを示しなさい．

採点欄	
問題－1	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－2] 複素2次正方行列 H と複素列ベクトル $x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}, y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\in\mathbb{C}^2$ に対し，$\langle x,y\rangle_H={}^t x H\overline{y}\in\mathbb{C}$ と定める．ここで，${}^t x=(x_1\ x_2)$ は x の転置ベクトル，$\overline{y}=\begin{pmatrix}\overline{y_1}\\\overline{y_2}\end{pmatrix}$ は y の複素共役ベクトルである．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) $H=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ の時，$\langle\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix}\rangle_H$ の値を求めなさい．

(2) 任意の $x,y,z\in\mathbb{C}^2$ と任意の $a\in\mathbb{C}$ に対し，$\langle ax+y,z\rangle_H=a\langle x,z\rangle_H+\langle y,z\rangle_H$ が成り立つことを示しなさい．

以下，$H=\begin{pmatrix}5&-2i\\2i&5\end{pmatrix}$ とする．

(3) H をユニタリ行列で対角化しなさい．すなわち，$D=P^{-1}HP$ を満たすユニタリ行列 P と対角行列 D を求めなさい．

(4) 任意の $x\in\mathbb{C}^2$ に対し，$x\neq\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ ならば $\langle x,x\rangle_H>0$ であることを示しなさい．

(5) 関数 $\langle x,y\rangle\colon\mathbb{C}^2\times\mathbb{C}^2\to\mathbb{C}$ が $\mathbb{C}^2$ の内積であることの定義を述べなさい．
また，$\langle x,y\rangle_H$ は $\mathbb{C}^2$ の内積になることを示しなさい．

採点欄 問題－2	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－3] 次の問いに答えなさい.

(1) 定積分 $\int_0^{2\pi} \sin^2\theta d\theta$ を求めなさい.

(2) 変数変換 $r = \sin u$ を用いて，定積分 $\int_0^1 r^2\sqrt{1-r^2}dr$ を求めなさい.

(3) 変数変換 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = 2r\sin\theta \end{cases}$ に対して，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めなさい.

(4) $D = \{(x,y) \mid 4x^2 + y^2 \leq 4\}$ に対して，$\iint_D (x^2+y^2)dxdy$ を求めなさい.

(5) 変数変換 $\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$ に対して，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\phi)}$ を求めなさい.

(6) $E = \{(x,y,z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ に対して，$\iiint_E 2\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}dxdydz$ を求めなさい.

採点欄 問題－3	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－4] 次の問いに答えなさい.

(1) 関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ が，$\mathbb{R}$ 上連続であることの定義を ϵ-δ 論法を用いて述べなさい.

(2) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を $f(x)=2x$ $(x\in\mathbb{R})$ で定めるとき，f は $\mathbb{R}$ 上連続であることを示しなさい.

(3) 関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ が，$\mathbb{R}$ 上一様連続であることの定義を ϵ-δ 論法を用いて述べなさい.

(4) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を $f(x)=\sin x$ $(x\in\mathbb{R})$ で定めるとき，f は $\mathbb{R}$ 上一様連続であることを示しなさい．ただし，任意の $x\in\mathbb{R}$ に対して $|\sin x|\leq|x|$ が成り立つことは証明せずに用いてよい.

(5) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を $f(x)=\sin(x^2)$ $(x\in\mathbb{R})$ で定めるとき，f は $\mathbb{R}$ 上一様連続でないことを示しなさい.

(6) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を連続関数とする．g が $\mathbb{R}$ 上一様連続かつ，任意の $x\in\mathbb{R}$ で $|f(x)|\leq|g(x)|$ が成り立つとする．このとき，f も $\mathbb{R}$ 上一様連続であると言えるか．理由と共に示しなさい.

採点欄 問題－4	

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
解答

種別	博士前期課程入学試験（一般第１期）
専攻	数学専攻

[問題－１]

(1) 0

(2) 核の次元は 1，基底は例えば $\left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$．像の次元は 2，基底は例えば $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$．

(3) $\lambda_1 = 2$，$\lambda_2 = 1$，$\lambda_3 = 0$

(4) 例えば $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

(5) 基底を取り替えても表現行列のトレースは変化しないことを用いる

[問題－２]

(1) 0

(2) ${}^t(ax + y) = a\,{}^t x + {}^t y$ とベクトルと行列の積の分配法則を用いる

(3) 例えば $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$，$D = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

(4) ユニタリ行列 P による対角化をもちいる

(5) 関数 $\langle *, * \rangle : \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}$ は次の条件をすべて満たす時，内積と呼ばれる．

(a) 任意の $x, y, z \in \mathbb{C}^2$ と任意の $a \in \mathbb{C}$ に対し，$\langle ax + y, z \rangle = a\langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle$．

(b) 任意の $x, y \in \mathbb{C}^2$ に対し，$\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$．

(c) 任意の $x \in \mathbb{C}^2$ に対し，$\langle x, x \rangle$ は非負の実数であり，$\langle x, x \rangle = 0$ は $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ に限る．

$\langle *, * \rangle_H$ について，(a) は (2) で (c) は (4) で証明済みである．よって，(b) を証明すれば良い．これには H がエルミート行列であることを用いる

[問題－3]

(1) π

(2) $\dfrac{\pi}{16}$

(3) $2r$

(4) $\dfrac{5\pi}{2}$

(5) $r^2 \sin\theta$

(6) $\dfrac{\pi^2}{2}$

[問題－4]

(1) $\forall a \in \mathbb{R}, \forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0\ \forall x \in \mathbb{R}, |x - a| < \delta \to |f(x) - f(a)| < \epsilon$.

(2) 任意の$a \in \mathbb{R}$と，任意の$\epsilon > 0$に対し，$\delta = \dfrac{\epsilon}{2}$とする．すると，$|x - a| < \delta$となる任意の$x$に対して，$|f(x) - f(a)| = 2|x - a| < 2 \cdot \dfrac{\epsilon}{2} = \epsilon$となるので，$f(x) = 2x$は$\mathbb{R}$上連続である．

(3) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0\ \forall x, y \in \mathbb{R}, |x - y| < \delta \to |f(x) - f(y)| < \epsilon$.

(4) sinの和積公式を用いる

(5) kを正整数とし，$x = \sqrt{(2k + \frac{1}{2})\pi}$, $y = \sqrt{(2k - \frac{1}{2})\pi}$とする．このとき，$|f(x) - f(y)| = |1 - (-1)| = 2$となる一方で，$|x - y| = \left| \dfrac{1}{\sqrt{(2k + \frac{1}{2})\pi} + \sqrt{(2k - \frac{1}{2})\pi}} \right|$となる．$(0 <)\epsilon < 2$に対して，どのように$\delta > 0$を定めたとしても，$k$を充分大きくとることで，$|x - y| < \delta$かつ$|f(x) - f(y)| = 2 > \epsilon$となるような$x, y$が存在することが分かる．以上より，$f(x) = \sin(x^2)$は$R$上一様連続ではない．

(6) $f(x) = \sin(x^2)$, $g(x) = 1$は一つの反例である

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
出題意図

種別	博士前期課程入学試験（一般第１期）
専攻	数学専攻

[問題－１][問題－２]
数学の基礎となる線形代数についての知識を問う．
行列の階数，トレース，逆行列，固有値，固有ベクトル，対角化，ジョルダン標準形等，線形空間の次元，基底，部分空間，直和分解等について正しく理解しているかを問う．

[問題－３][問題－４]
数学の基礎となる微積分についての知識を問う．
極限の定義，ε-δ論法，連続の定義から始まり，微分，偏微分とその応用，特に極値問題や，積分，重積分とその応用，変数変換や面積体積の求め方等について正しく理解 しているかを問う．

受験番号	

氏名	

令和８年度

大学院理工学研究科
博士前期課程入学試験（一般第２期）

数 学 専 攻 試 験 問 題

表　紙

試験についての注意事項

（１） 解答時間は１２０分です.
（２） 試験開始の合図があるまで，この問題を開いてはいけません.
（３） 問題用紙は，表紙を除いて＿＿4＿＿枚です.
（４） 全ての用紙に受験番号，氏名を必ず記入しなさい.
（５） 問題等に関する質問がある場合は，着席のまま手をあげなさい.
（６） 答えだけでなく計算過程も書きなさい.
（７） 解答欄が足りない場合は，解答用紙の裏面を使用してもかまいません.
その場合は，裏面を使用する旨を表面に明記し，表面の点線よりも下の部分を使用してください.

採点欄	
問題―１	
問題―２	
問題―３	
問題―４	
合計	/100

令和７年９月７日実施

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－1] 次の問いに答えなさい.

(1) V, W を複素線形空間とし，V, W の零ベクトルをそれぞれ $\mathbf{0}_V, \mathbf{0}_W$ とする．V から W への線形写像 $T: V \to W$ に対して，T の像を $\mathrm{Im}(T)$ とし，T の核を $\mathrm{Ker}(T)$ とする．$\mathrm{Im}(T)$ および $\mathrm{Ker}(T)$ の定義をそれぞれ述べなさい.

(2) $\mathbb{C}$ を複素数体とする．線形写像 $S: \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^4$ および $T: \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^4$ を以下で定める.

$$S\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 + 5x_3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \\ x_1 \quad + 2x_3 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 - 3x_2 \\ 3x_1 + x_2 \\ x_1 - 2x_2 \\ -5x_1 - x_2 \end{pmatrix}.$$

(a) $\mathrm{Ker}(S) = \left\{ \alpha \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} : \alpha \in \mathbb{C} \right\}$ を示しなさい.

(b) $\mathrm{Im}(S)$ と $\mathrm{Im}(T)$ の和空間を $W = \mathrm{Im}(S) + \mathrm{Im}(T)$ とおく．W の次元を求めなさい．またその根拠も述べなさい.

採点欄 問題－1	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[**問題－2**] n 次単位行列を E_n，行列 X の転置行列を ${}^tX$ で表すものとする．次の問いに答えなさい．

(1) ベクトル $\boldsymbol{v} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ に対して行列 $A = E_2 - 2\,\boldsymbol{v}\,{}^t\boldsymbol{v}$ を定める．

(a) 行列 A を求めなさい．

(b) 行列 A の固有値をすべて求めなさい．

(2) 長さが 1 である実 n 次元ベクトル $\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^n$ に対して行列 $B = E_n - 2\,\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w}$ を定める．

(a) ${}^t\boldsymbol{w}\,\boldsymbol{w} = 1$ が成り立つことを示しなさい．

(b) $\boldsymbol{w}$ は B の固有ベクトルであることを示しなさい．また，対応する固有値を答えなさい．

(c) 直交行列の定義を述べなさい．また，B は直交行列であることを示しなさい．

採点欄 問題－2	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－3] e を自然対数の底とする．また，$f(x,y)=(x+2y)e^{-x^2-2y^2}$ を xy-平面 $\mathbb{R}^2$ 上の実数値関数とする．次の問いに答えなさい．

(1) $\lim_{x\to\infty}\lim_{y\to\infty} f(x,y)$ の値を求めなさい．

(2) $f(x,y)$ の 1 階，2 階偏導関数をすべて求めなさい．

(3) $f(x,y)$ の極大値，極小値をすべて求めなさい．

(4) $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 3x^2+6y^2\leq 1\}$ 上における $f(x,y)$ の最大値，最小値を求めなさい．

採点欄 問題－3	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－4] 次の問いに答えなさい.

(1) $f(x,y)=(1-xy)(xy)^n$ の1階偏導関数をすべて求めなさい.

(2) $\displaystyle\int_0^1\int_0^x (xy)^n dydx$ の値を求めなさい.

(3) $0<xy<1$ のとき, $(1-xy)\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(xy)^n$ の値を求めなさい.

(4) $\displaystyle\int_0^1\int_0^x \frac{1}{1-xy}dydx=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ を証明しなさい.

採点欄 問題－4	

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
解答

種別	博士前期課程入学試験（一般第２期）
専攻	数学専攻

[問題－１]

(1) $\mathrm{Im}(T) = \{T(x) \mid x \in V\}$, $\mathrm{Ker}(T) = \{x \in V \mid T(x) = 0_W\}$.

(2) (a) $S\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ の一般解は, $(x_1, x_2, x_3) = \alpha(-2, -1, 1)$ $(\alpha \in \mathbb{C})$ である.

(b) $\mathrm{Im}(S)$ は $\boldsymbol{a}_1 = {}^t(3, 1, 1, 1), \boldsymbol{a}_2 = {}^t(-1, 1, 0, -3), \boldsymbol{a}_3 = {}^t(5, 3, 2, -1)$ が張る部分空間,
$\mathrm{Im}(T)$ は $\boldsymbol{b}_1 = {}^t(1, 3, 1, -5), \boldsymbol{b}_2 = {}^t(-3, 1, -2, -1)$ が張る部分空間.
したがって, $\mathrm{Im}(S) + \mathrm{Im}(T)$ は $\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{b}_j$ たちの張る部分空間.
行列 $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2)$ のランクは３であるから、V の次元は 3.

[問題－２]

(1) (a) $A = \dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

(b) 固有値は ± 1.

(2) (a) ${}^t\boldsymbol{w}\,\boldsymbol{w} = |\boldsymbol{w}|^2 = 1$

(b) $B\boldsymbol{w} = (E_n \quad 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w})\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w} \quad 2\boldsymbol{w}\,({}^t\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{w} \quad 2\boldsymbol{w} = \quad \boldsymbol{w}$ より. 固有値は $\quad 1$.

(c) $A\,{}^tA = E_n$ を満たすとき直交行列という.

$B\,{}^tB = (E_n - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w})\,{}^t(E_n - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w}) = (E_n - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w})(E_n - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w})$

$= E_n - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w} - 2\boldsymbol{w}\,{}^t\boldsymbol{w} + 4\boldsymbol{w}\,({}^t\boldsymbol{w}\boldsymbol{w})\,{}^t\boldsymbol{w} = E_n$.

[問題－３]

(1) 0

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = (-2x^2 - 4xy + 1)e^{-x^2-2y^2}$,

$\dfrac{\partial f}{\partial y} = (-8y^2 - 4xy + 2)e^{-x^2-2y^2}$,

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = (4x^3 + 8x^2y \quad 6x \quad 4y)e^{-x^2-2y^2}$x,

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = (8x^2y + 16xy^2 - 4x - 4y)e^{-x^2-2y^2}$,

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (32y^3 + 16xy^2 - 4x - 24y)e^{\ x^2\ \ 2y^2}$

(3) $(x, y) = \left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}, \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$ で極大値 $\sqrt{\dfrac{3}{2e}}$, $(x, y) = \left(-\dfrac{1}{\sqrt{6}}, -\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$ で極小値 $-\sqrt{\dfrac{3}{2e}}$ をとる.

(4) 最大値 $\dfrac{1}{\sqrt[3]{e}}$, 最小値 $-\dfrac{1}{\sqrt[3]{e}}$

[問題－４]

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = nx^{n-1}y^n - (n+1)x^n y^{n+1} = (n-(n+1)xy)x^{n-1}y^n$

$\dfrac{\partial f}{\partial y} = nx^n y^{n-1} - (n+1)x^{n+1}y^n = (n-(n+1)xy)x^n y^{n-1}$

(2) $\dfrac{1}{2(n+1)^2}$

(3) 1

(4) $0 < a < 1$ に対し，$0 \le y \le x \le a$ のとき，関数列 $f_m(x,y) = \sum_{n=0}^{m}(xy)^n$ は，

$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty}(xy)^n$ に一様収束するので，

$\int_0^a \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty}(xy)^n dydx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^a \int_0^x (xy)^n dydx$ が成り立つ．よって，

$\int_0^a \int_0^x \dfrac{1}{1-xy} dydx = \int_0^a \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty}(xy)^n dydx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^a \int_0^x (xy)^n dydx = \dfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{a^{2n}}{n^2}$.

したがって，$\int_0^1 \int_0^x \dfrac{1}{1-xy} dydx = \lim_{a \to 1-0} \int_0^a \int_0^x \dfrac{1}{1-xy} dydx = \lim_{a \to 1-0} \dfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{a^{2n}}{n^2} = \dfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$.

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
出題意図

種別	博士前期課程入学試験（一般第２期）
専攻	数学専攻

[問題－１][問題－２]
数学の基礎となる線形代数についての知識を問う．
行列の階数，トレース，逆行列，固有値，固有ベクトル，対角化，ジョルダン標準形等，線形空間の次元，基底，部分空間，直和分解等について正しく理解しているかを問う．

[問題－３][問題－４]
数学の基礎となる微積分についての知識を問う．
極限の定義，ε-δ 論法，連続の定義から始まり，微分，偏微分とその応用，特に極値問題や，積分，重積分とその応用，変数変換や面積体積の求め方等について正しく理解しているかを問う．

受験番号		氏名	

令和８年度

大学院理工学研究科
博士前期課程入学試験（一般第３期）

数 学 専 攻 試 験 問 題

表　紙

試験についての注意事項

（1） 解答時間は１２０分です.
（2） 試験開始の合図があるまで，この問題を開いてはいけません.
（3） 問題用紙は，表紙を除いて＿＿4＿＿枚です.
（4） 全ての用紙に受験番号，氏名を必ず記入しなさい.
（5） 問題等に関する質問がある場合は，着席のまま手をあげなさい.
（6） 答えだけでなく計算過程も書きなさい.
（7） 解答欄が足りない場合は，解答用紙の裏面を使用してもかまいません.
その場合は，裏面を使用する旨を表面に明記し，表面の点線よりも下の部分を使用してください.

採点欄	
問題―1	
問題―2	
問題―3	
問題―4	
合計	/100

令和8年3月7日実施

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－1] 次の問題に答えなさい.

(1) $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする.

(a) A_3 の固有値を複素数の範囲で全て求めなさい.

(b) A_3 の固有値のうち，絶対値が最大のものの固有ベクトルを複素数の範囲で全て求めなさい.

(2) n を2以上の整数とする．n 次正方行列 B_n は，i 行 j 列成分 $B_n(i,j)$ が以下で与えられるとする.

$$B_n(i,j) = \begin{cases} i+j-1 & (i+j \leq n) \\ i+j-n-1 & (i+j \geq n+1) \end{cases}$$

(a) B_4, B_5 を行列で表しなさい.

(b) B_n が固有値 $\dfrac{n(n-1)}{2}$ をもつことを示しなさい.

(c) B_n の固有値の中で，絶対値が最大なものは $\dfrac{n(n-1)}{2}$ であることを示しなさい.

採点欄 問題－1	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[**問題－2**] A を複素正方行列とし，A^* は A の随伴行列 ${}^t\bar{A}$ とする．$A = A^*$ を満たすとき，A をエルミート行列という．また，$A = -A^*$ を満たすとき，A を歪エルミート行列という．

(1) 次の行列が,「エルミート行列」「歪エルミート行列」「いずれでもない」のどれに当てはまるかを，理由と共に答えなさい．

(a) $\begin{pmatrix} 1 & i & -i \\ -i & 1 & 0 \\ i & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　(b) $\begin{pmatrix} i & -1 & -1 \\ 1 & i & 0 \\ 1 & 0 & i \end{pmatrix}$　　(c) $\begin{pmatrix} 1+i & 1 & 1 \\ 1 & i & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(2) 歪エルミート行列の対角成分は，0 または純虚数であることを示しなさい．

(3) エルミート行列かつ歪エルミート行列であるような行列は存在するか否かを，理由と共に答えなさい．

(4) M を複素正方行列とする．$M - M^*$ が歪エルミート行列であることを示しなさい．

(5) n を正整数とする．n 次複素正方行列 M, N がエルミート行列であるとき，$i(MN - NM)$ がエルミート行列であること示しなさい．

(6) 歪エルミート行列の固有値は 0 または純虚数であることを示しなさい．

採点欄 問題－2	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[**問題－3**] 次の問題に答えなさい.

(1) $x \neq 0$ に対して, $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\cos x}{x}\right)$ を求めなさい.

(2) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ を求めなさい.

(3) $\left|\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^2} dx\right| \leqq 1$ を示しなさい.

(4) $\left|\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx\right| < \infty$ を示しなさい.

(5) $\displaystyle\int_0^{\infty} \left|\frac{\sin x}{x}\right| dx = \infty$ を示しなさい.

採点欄 問題－3	

日本大学大学院理工学研究科

数学専攻志望	受験番号		氏名	

[問題－4] 次の問題に答えなさい.

(1) $\dfrac{d}{dr}\exp(-r^2)$ を求めなさい.

(2) $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とおいたときのヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めなさい.

(3) $\displaystyle\int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-x^2-y^2\right)dxdy$ を極座標表示を利用して求めなさい.

(4) $\displaystyle\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-x^2-y^2-z^2\right)dxdydz$ を求めなさい.

採点欄 問題－4	

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
解答

種別	博士前期課程入学試験（一般第３期）
専攻	数学専攻

[問題－１]

(1) (a) $3, \pm\sqrt{3}i$.

(b) $k\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ $(k \in \mathbb{C})$

(2) (a) $B_4 = \begin{pmatrix}1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\\0&1&2&3\end{pmatrix}$, $B_5 = \begin{pmatrix}1&2&3&4&0\\2&3&4&0&1\\3&4&0&1&2\\4&0&1&2&3\\0&1&2&3&4\end{pmatrix}$

(b) n 次元縦ベクトル $\mathbf{1}$ を，全ての要素が 1 となるようなものとする．
$B_n\mathbf{1} = \dfrac{n(n-1)}{2}\mathbf{1}$ より，B_n は固有値 $\dfrac{n(n-1)}{2}$ を持つ．

(c) $B_n = (b_{i,j})$ の任意の固有値 λ とし，その固有ベクトルを $\boldsymbol{v} = {}^t(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ とする．
$\boldsymbol{v}$ の要素の中で絶対値が最大のものを v_i とすると

$$|\lambda v_i| = \left|\sum_{j=1}^{n} b_{i,j}v_j\right| \leq \frac{n(n-1)}{2}|v_i|$$

[問題－２]

(1) (a) エルミート行列，(b) 歪エルミート行列，(c) いずれでもない

(2) $A = -A^*$ より $a_{i,i} = -\overline{a_{i,i}}$

(3) 零行列 O は両方の条件を満たす．

(4) $(M - M^*)^* = M^* - (M^*)^* = M^* - M = -(M - M^*)$

(5) $\{i(MN - NM)\}^* = (-i)\{(MN)^* - (NM)^*\} = i(MN - NM)$

(6) M を歪エルミート行列とする．
λ を M の固有値とし，$\boldsymbol{x}$ を λ の固有ベクトルとする．
$\boldsymbol{x}^*M\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^*(M\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^*(\lambda\boldsymbol{x}) = \lambda\boldsymbol{x}^*\boldsymbol{x}$
$\boldsymbol{x}^*M\boldsymbol{x} = (M^*\boldsymbol{x})^*\boldsymbol{x} = (-M\boldsymbol{x})^*\boldsymbol{x} = -\bar{\lambda}\boldsymbol{x}^*\boldsymbol{x}$
よって，$\lambda + \bar{\lambda} = 0$

[問題－３]

(1) $-\dfrac{\cos x}{x^2} - \dfrac{\sin x}{x}$

(2) 1

(3) $\displaystyle\int_1^\infty \left|\frac{\cos x}{x^2}\right| dx \leq \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx = \left|-1/x\right|_1^\infty = 1$

(4) $\frac{\sin x}{x}$ は $[0, 1]$ で連続より $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ は有界.

$$\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \left|-\frac{\cos x}{x}\right|_1^\infty + \int_1^\infty \frac{\cos x}{x^2} dx = \cos 1 + \int_1^\infty \frac{\cos x}{x^2} dx$$

(5) $$\int_0^\infty \left|\frac{\sin x}{x}\right| dx \geqq \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\pi/6+2n\pi}^{5\pi/6+2n\pi} \left|\frac{\sin x}{x}\right| dx \geqq \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\pi/6+2n\pi}^{5\pi/6+2n\pi} \left|\frac{1}{2x}\right| dx$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left[\log x\right]_{\pi/6+2n\pi}^{5\pi/6+2n\pi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \log \frac{5\pi/6 + 2n\pi}{\pi/6 + 2n\pi}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \log\left(1 + \frac{1\pi/6}{\pi/6 + 2n\pi}\right) \geqq \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\pi/6}{\pi/6 + 2n\pi} = \infty$$

[問題－４]

(1) $-2r\exp(-r^2)$

(2) r

(3) $\dfrac{\pi}{4}$,

(4) $\dfrac{\pi\sqrt{\pi}}{8}$

令和８年度
日本大学大学院 理工学研究科
出題意図

種別	博士前期課程入学試験（一般第３期）
専攻	数学

[問題－１][問題－２]
数学の基礎となる線形代数についての知識を問う.
行列の階数、トレース、逆行列、固有値、固有ベクトル、対角化、ジョルダン標準形等、線形空間の次元、基底、部分空間、直和分解等について正しく理解しているかを確認する.

[問題－３][問題－４]
数学の基礎となる微積分についての知識を問う.
極限の定義、ε-δ 論法、連続の定義から始まり、微分、偏微分とその応用、特に極値問題や、積分、重積分とその応用、変数返還や面積体積の求め方等について正しく理解しているかを確認する.