B−39

複素固有値解析を介した D.M.同調システムの簡易設計法
その 3.　相乗平均則の多質点系への適用

A Simple Design Method for Tuned Dynamic Mass System by Complex Eigenvalue Analysis
Part3 Application to Multi Mass System on the bases of Law of Geometric mean

○黄國杰[3]，　石丸辰治[1]，　秦一平[2]，　古橋剛[2]，　三上淳治[1]
*KuoChieh Huang[3],Shinji Ishimaru[1],Ippei Hata[2],Takeshi Furuhashi[2],Junji Mikami[1]

This paper is examined about "Law of geometric mean " to not only a single-degree of freedom system but also to a multi-degree of freedom system. It is reported that the law can be applicable to a multi-degree of freedom system based on the natural period by the design example.

3.1　はじめに

その 1，その 2 では，１質点系に対して固有周期の最適同調式として「相乗平均則」を誘導した．これは固有周期間の相互関係を表現しているものであるから，当然，多質点系にも適用できる筈である．本報では，多質点系に対しても「相乗平均則」が適用できることを，例題を対象に示す．

3.2　10 質点系への適用例

対象とした系の諸元を Table3-1 に示す．

Table3-1　Parameter of ten-degree of freedom model

FL	質量 [ton]	減衰係数 [kNs/m]	初期剛性 [kN/m]
10	100.0	400.0	80000.0
9	100.0	400.0	80000.0
8	100.0	400.0	80000.0
7	100.0	425.0	85000.0
6	100.0	425.0	85000.0
5	100.0	425.0	85000.0
4	100.0	450.0	90000.0
3	100.0	450.0	90000.0
2	100.0	450.0	90000.0
1	100.0	450.0	90000.0

この系の１次モードの周期は $T_0 = 1.417[\mathrm{sec}]$ である．

ここでは, モデル１として「相対変位応答倍率同調」, モデル 2 として「絶対加速度応答倍率同調」としている．また，両モデルとも第１層に D.M.同調システムを配置する．同調の手順は，以下のようになる．

1) 第１層に D.M.接続ばねの剛性を仮定し, 粘性減衰係数を無限大の状態での周期を算定する．
2) (1-4)式にしたがって付加剛比 κ_k を算出する．これは, 多自由度系を 1 自由度系に縮約する操作を行っていることになる．
3) 第１層に D.M.も仮定して固有値計算から, 「相乗平均則」にしたがって同調操作を収束するまで行う．
4) (1-14)式を満足するように, 減衰係数を仮定して１次および２次の粘性減衰定数を決めていくのである．

これが「相対変位応答倍率同調」の操作である．

「絶対加速度応答倍率同調」の場合は「重み付相乗平均則」を採用, 粘性減衰係数は(2-12)式を採用すればよい．

ここでは両モデルとも接続ばねの剛性を第 1 層剛性の５倍の 450000[kN/m]を採用している．これより T_∞ を求めると，$T_\infty = 1.308[\mathrm{sec}]$ となる．これより，付加剛比 κ_k は次のように計算される．

$$\kappa_k = \left(\frac{T_0}{T_\infty}\right)^2 - 1 = 0.174 \tag{3-1}$$

制震性能は(1-14),(2-12)式によって次のように予測される．

$$\text{相対変位応答倍率同調：}\ h_1 = h_2 \approx (0.5 \sim 0.6)\sqrt{\frac{\kappa_k}{2+\kappa_k}} = 0.141 \tag{3-2}$$

$$\text{絶対応答倍率同調：}\ h_1 \approx (0.5〜0.6)\sqrt{\frac{\kappa_k}{2}} = 0.147 \tag{3-3}$$

これより相乗平均則を満足する D.M.を求めていけばよい．なお，絶対応答倍率同調の場合の重み係数は次のとおりである．

$$\sqrt{\frac{2}{2+\kappa_k}} = 0.959 \tag{3-4}$$

それぞれのモデルの収束計算の過程を Table3-2 に示す．

Table3-2　Process of convergent calculation

D.M.[ton]	$T_{0,1}$	$T_{0,2}$	$\sqrt{T_{0,1}T_{0,2}}$	$\sqrt{0.959T_{0,1}T_{0,2}}$
2000	1.510	0.927	1.183	1.159
3000	1.593	1.061	1.300	1.273
3100	1.603	1.071	1.310	1.278
3300	1.623	1.089	1.329	1.302
3400	1.633	1.098	1.339	1.311

これにより，相対変位応答倍率同調での D.M.は 3100[ton]，絶対応答倍率同調での D.M.は 3400[ton]である．

また，相対変位応答倍率同調及び絶対加速度応答倍率同調時の粘性減衰係数は(3-2)，(3-3)式を満足するよう複素固有値解析を介して下記のように求まる．

相対変位応答倍率同調：

$$c = 8500[kNs/m] \to h_1 = 0.144, h_2 = 0.146 \tag{3-5}$$

絶対加速度応答倍率同調：

$$c = 8000[kNs/m] \to h_1 = 0.147, h_2 = 0.116 \tag{3-6}$$

Table3-3 には，同調時の固有値を示す．

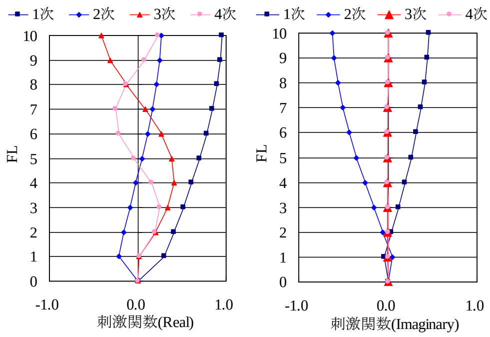
Table3-3　Eigenvalue for tuning

モード	相対応答倍率同調（モデル1）		絶対応答倍率同調（モデル2）	
	固有周期T	粘性減衰定数h	固有周期T	粘性減衰定数h
1次	1.526	0.144	1.572	0.147
2次	1.124	0.146	1.140	0.116
3次	0.443	0.037	0.443	0.036
4次	0.273	0.056	0.273	0.056

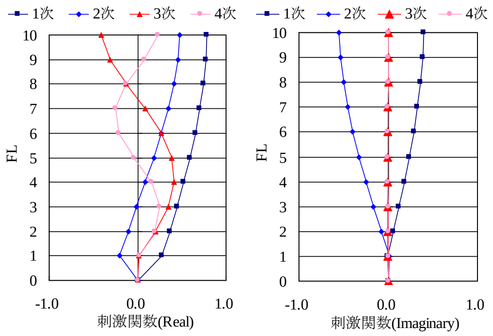
1：株式会社 i2S2　2：日大理工・教員・建築　3：日大理工・研究生

相対変位応答倍率同調時の粘性減衰定数は 1 次も 2 次も同一であるが、絶対加速度応答倍率同調時は 1 次が大きく、2 次が小さくなっている。なお、3 次以上は両モデルとも同じ値であり、粘性減衰定数も小さいことが分かる。

Figure 3-1 は、同調時の刺激関数である。(a)が相対変位応答倍率同調時、(b)が絶対加速度応答倍率同調時である。虚数部の刺激関数は同調している 1 次と 2 次のみに現れていることが分かる。



(a)　相対応答倍率同調（モデル 1）



(b)　絶対応答倍率同調（モデル 2）

Figure3-1 Participation functions for tuning

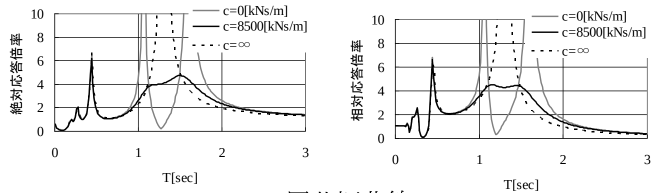
図 3-2 は相対変位応答倍率同調時の共振曲線である。なお、内部減衰は、剛性比例型で 1%としている。(a)が絶対加速度応答倍率、(b)が相対変位応答倍率であり、10 層、6 層、2 層に対する共振曲線を示している。(b)の相対変位応答倍率が最適同調されている様子が分かる。

一方、Figure 3-3 は絶対加速度応答倍率同調時の共振曲線である。(a)が絶対応答倍率、(b)が相対応答倍率である。(a)の絶対加速度応答倍率が最適同調されている様子が分かる。

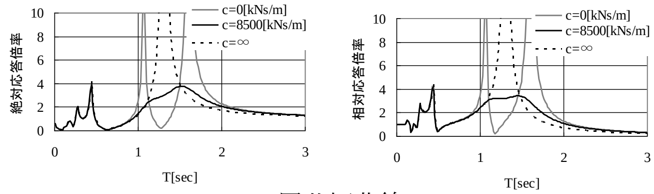
3.3　まとめ

最適同調式としての「相乗平均則」は多質点系にも適用可能であることを示した。これが適用可能であるのは、振動学の最重要基本概念は固有周期であり、その概念は 1 質点系でも多質点系でも成立するからである。

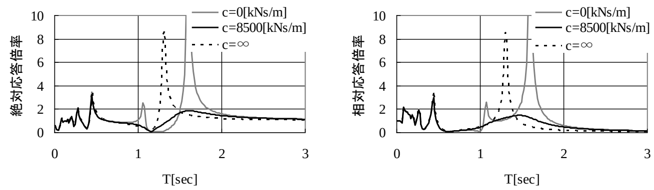
【参考文献】
1)　石丸辰治：対震設計の方法　ダイナミックデザインへの誘い，建築技術, 2008.7
2)　石丸辰治,三上淳治,秦一平,古橋剛：D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻　第 652 号, 2010.6



10 層共振曲線



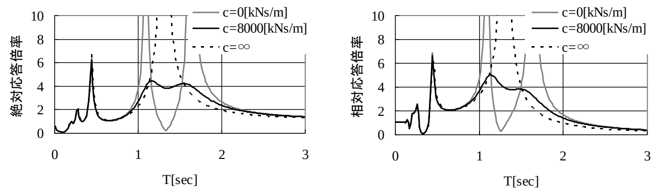
6 層共振曲線



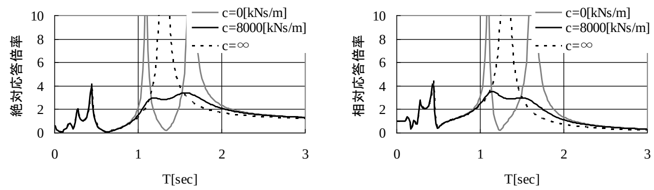
2 層共振曲線

(a)　絶対応答倍率　　(b)　相対応答倍率

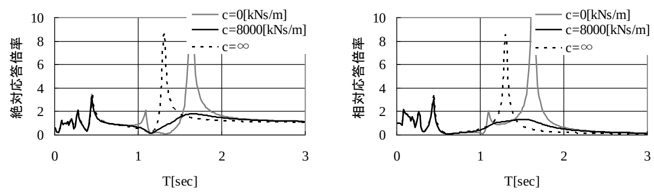
Figure.3-2 Resonance Curve of a relative response displacement



10 層共振曲線



6 層共振曲線



2 層共振曲線

(a)　絶対応答倍率　　(b)　相対応答倍率

Figure3-3 Resonance Curve of the absolute response acceleration