

複素固有値解析を介した D.M.同調システムの簡易設計法
その 6. C 型システムと K 型システムの最適設計式

A Simple Design Method for Tuned Dynamic Mass System by Complex Eigenvalue Analysis
Part6 An Optimum Design Method of Type C System and Type K System

○中村文彦³, 石丸辰治¹, 秦一平², 古橋剛², 三上淳治¹

*Fumihiko Nakamura³, Shinji Ishimaru¹, Ippei Hata², Takeshi Furuhashi², Junji Mikami¹

In this paper, the simple design method through the complex eigen value analysis is examined about C type system with only a viscos damper and K type system with only an elastoplastic damper. It is reported that the simple design method through the complex eigenvalue analysis is approved to C type system and K type system.

6.1 はじめに

その 1 からその 5 では, D.M.同調システムの最適設計式について示してきた. 本報では粘性ダンパーのみを配置した C 型システム及び弾塑性ダンパーのみを配置した K 型システムの最適設計式を誘導し, 各システムの減衰性能について把握する.

6.2 C 型モデルの最適設計式

Figure6-1 に, 1 質点系の C 型システムについて示す.

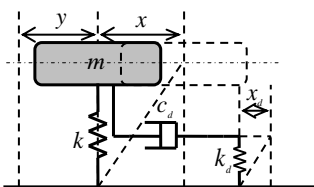


Figure6-1 SDOF model of type C System

本モデルに対して, 背戸の方法¹⁾にならない最適設計式を誘導する. 本モデルの振動方程式は(6-1)式のようになる.

$$\begin{cases} m(\ddot{x} + \ddot{y}) + kx + c_d(\dot{x} - \dot{y}) = 0 \\ k_d x_d - c_d(\dot{x} - \dot{y}) = 0 \end{cases} \quad (6-1)$$

ここで, (6-2)式に示す表記を導入している.

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \kappa_k = \frac{k_d}{k}, \quad \frac{c_d}{m} = 2h_d \omega_0, \quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (6-2)$$

いま, 定常振動を考えると, (6-3)式を得る.

$$\begin{cases} y = Y e^{i\omega t} & \begin{cases} x = X e^{i\omega t} \\ \dot{x} = i\omega X e^{i\omega t} \\ \ddot{x} = -\omega^2 X e^{i\omega t} \end{cases} & \begin{cases} x_d = X_d e^{i\omega t} \\ \dot{x}_d = i\omega X_d e^{i\omega t} \\ \ddot{x}_d = -\omega^2 X_d e^{i\omega t} \end{cases} \end{cases} \quad (6-3)$$

よって, (6-3)式を(6-1)式に代入すれば本モデルの応答倍率は(6-4)式のように表すことができる.

$$\frac{X}{Y} = \frac{\lambda^2 (\kappa_k + 2h_d \lambda i)}{\kappa_k (1 - \lambda^2) + 2h_d \lambda i (\kappa_k + 1 - \lambda^2)} e^{i\theta} \quad (6-4)$$

(6-4)式において, $h_d = 0$ の場合と $h_d = \infty$ の場合の応答倍率を求めると, (6-5)式のように表すことができる.

$$\begin{aligned} h_d = 0 \text{ の場合} & \quad \frac{X}{Y} = \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \\ h_d = \infty \text{ の場合} & \quad \frac{X}{Y} = \frac{\lambda^2}{\kappa_k + 1 - \lambda^2} \end{aligned} \quad (6-5)$$

(6-5)式を図で示すと Figure 6-2 のようになり定点が一つ存在することがわかる. すなわち, $h_d = 0$ のときの

共振曲線と $h_d = \infty$ の時の共振曲線の交点である.

その 1 でも示したように, 定点理論は $h_d = 0$ と $h_d = \infty$ の共振曲線の交点である P の振幅値が減衰係数を変化させても一定値として存在し, 定点で振幅が最大となることを最適とするものである.

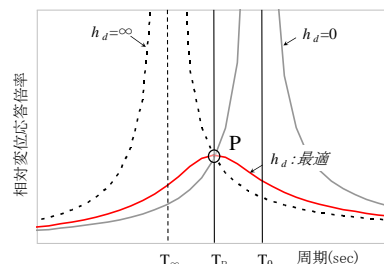


Figure6-2 Resonance curve of the type C System

ここで, 定点の振動数比を λ_p と表せば(6-6)式を得る.

$$\left| \frac{\lambda^2}{(1 - \lambda^2)} \right|_P = \left| \frac{\lambda^2}{(\kappa_k + 1 - \lambda^2)} \right|_P \rightarrow \lambda_p = \sqrt{\frac{2 + \kappa_k}{2}} \quad (6-6)$$

なお, $h_d = 0$ に対する $h_d = \infty$ 時の振動数比 λ_∞ は

$$\lambda_\infty^2 = 1 + \kappa_k \rightarrow \left(\frac{T_0}{T_\infty} \right)^2 = 1 + \kappa_k \quad (6-7)$$

であり, また, λ_p における振幅は

$$\left| \frac{\lambda^2}{(\kappa_k + 1 - \lambda^2)} \right|_P = \frac{\frac{2 + \kappa_k}{2}}{\kappa_k + 1 - \frac{2 + \kappa_k}{2}} = \frac{2 + \kappa_k}{\kappa_k} \quad (6-8)$$

これが C 型システムで実現できる最適同調時の最大応答倍率であり, $1/2h$ に相当すると考えると, 付与できる粘性減衰定数は(6-9)式のようになる.

$$h_c \approx (0.5 \sim 0.6) \frac{\kappa_k}{2 + \kappa_k} \quad (6-9)$$

6.3 K 型モデルの最適設計式

Figure 6-3 に, 1 質点系の K 型システムについて示す.

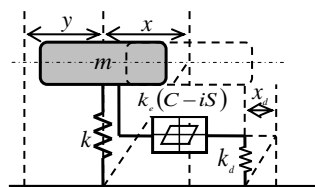


Figure6-3 SDOF model of type K System

本モデルに対して、C 型システムと同様に最適設計式を誘導する。ここでは、弾塑性ダンパーを(6-10)式より求めた C, S を用いて等価線形化したモデルについて検討する。なお、(6-10)式の μ, p はそれぞれ、設定塑性率、設定バイリニア係数を表している。

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\pi}(1-p)\left(\theta' - \frac{1}{2}\sin 2\theta'\right) + p \\ S &= -\frac{1}{\pi}(1-p)\sin^2 \theta' \\ \theta' &= \cos^{-1}\left(1 - \frac{2}{\mu}\right) \end{aligned} \quad (6-10)$$

これを考慮すると、本モデルの振動方程式は(6-10)式のようになる。

$$\begin{cases} m(\ddot{x} + \ddot{y}) + kx + k_e(C - iS)(\dot{x} - \dot{x}_d) = 0 \\ k_d x_d - k_e(C - iS)(\dot{x} - \dot{x}_d) = 0 \end{cases} \quad (6-11)$$

ここで、(6-12)式に示す表記を導入している。

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \kappa_k = \frac{k_d}{k}, \quad \nu_d = \frac{k_e}{k}, \quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (6-12)$$

本モデルに対して、C 型システムと同様に定常振動を考えると、(6-3)式と同様であるので、これを(6-11)式に代入すれば本モデルの応答倍率は(6-13)式のように表すことができる。

$$\frac{X}{Y} = \frac{\lambda^2(\kappa_k + \nu_d(C - iS))}{\kappa_k(1 - \lambda^2) + \nu_d(C - iS)(\kappa_k + 1 - \lambda^2)} e^{i\phi} \quad (6-13)$$

(6-13)式において、 $\nu_d = 0$ の場合と $\nu_d = \infty$ の場合、即ち等価粘性減衰定数 $h_{cs} = 0$ の場合と $h_{cs} = \infty$ の場合の応答倍率を求めると、(6-14)式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \nu_d = 0 (h_{cs} = 0) \text{ の場合} \quad \frac{X}{Y} &= \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \\ \nu_d = \infty (h_{cs} = \infty) \text{ の場合} \quad \frac{X}{Y} &= \frac{\lambda^2}{\kappa_k + 1 - \lambda^2} \end{aligned} \quad (6-14)$$

(6-14)式を図で示すと Figure 6-4 のように表せるので、C 型システムと同様に定点が一つ存在することがわかる。

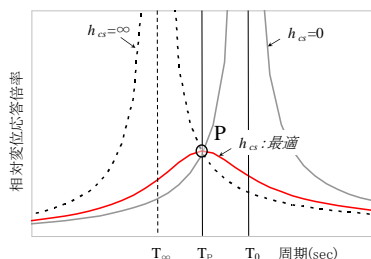


Figure.6-4 Resonance curve of the type K System

同様にこの定点の振動数比を λ_p と表せば(6-15)式を得る。

$$\left| \frac{\lambda^2}{(1 - \lambda^2)} \right|_p = \left| \frac{\lambda^2}{(\kappa_k + 1 - \lambda^2)} \right|_p \rightarrow \lambda_p = \sqrt{\frac{2 + \kappa_k}{2}} \quad (6-15)$$

なお、 $\nu_d = 0$ に対する $\nu_d = \infty$ 時の振動数比 λ_∞ は C 型システムと同様に(6-6)式で表すことができる。また、 λ_p における振幅は

$$\left| \frac{\lambda^2}{(\kappa_k + 1 - \lambda^2)} \right|_p = \frac{2 + \kappa_k}{\kappa_k + 1 - \frac{2 + \kappa_k}{2}} = \frac{2 + \kappa_k}{\kappa_k} \quad (6-16)$$

これが K 型システムで実現できる最適同調時の最大応答倍率であり、 $1/2h$ に相当すると考えると、付与で

きる等価粘性減衰定数 h_{cs} は C 型システムと同様に(6-17)式のようになる。

$$h_{cs} \approx (0.5 \sim 0.6) \frac{\kappa_k}{2 + \kappa_k} \quad (6-17)$$

また、定点での振動数比を λ_p とおくと、 λ_p は(6-18)式のようになる。

$$\lambda_p = \frac{\omega_p}{\omega_0} = \frac{T_0}{T_p} = \sqrt{\frac{\kappa_k + 2}{2}} \quad (6-18)$$

よって定点の周期 T_p は(6-19)式のようになる。

$$T_p = T_0 \sqrt{\frac{2}{2 + \kappa_k}} \quad (6-19)$$

このことから、K 型システムにおいては、(6-19)式の T_p 、(6-17)式の h_{cs} と系全体の複素固有値解析から算出される等価固有周期 T_{eq} 、等価粘性減衰定数 h_{cs} が等しくなるように弾塑性ダンパーのパラメータを決定する必要がある。

6.4 各制震システムの減衰性能

Figure 6-5 に C 型システム(K 型システム)と D.M.同調システムの、付加剛比 κ_k と最適粘性減衰定数の関係を示す。

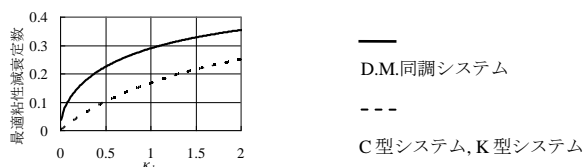


Figure6-5 Relation between κ_k and best viscous damping factor

Figure 6-5 に示すように、D.M.同調システムと C 型システム(K 型システム)のどちらのシステムにおいても制震性能は付加剛比 κ_k の大きさによって決まるものであるが、両システムの減衰性能の差は歴然としている。以上示してきた結果から、C 型システム及び K 型システムで D.M.同調システムと同等の性能を発揮するためには、非常に大きな剛連結部材と直列連結しなければならないことがわかる。

6.5 まとめ

本報では C 型システムと K 型システムにおける最適設計式を誘導し、D.M.同調システムとの減衰性能の比較より、D.M.を付加することで効率的に減衰性能を高めることが可能であることを示した。本研究では、どの制震システムを用いた場合であっても構造物の制震性能を「付加剛比」により把握できることを示している。これは、即ち、固有周期の概念から最大性能を把握できることを意味しているため、多質点系やフレーム系にも適用でき、複素固有値解析により簡易的に制震設計を行うことが可能であると言える。

【参考文献】

- 1) 背戸一登, 松本幸人: 振動の制御, 丸善, 1999.3
- 2) 石丸辰治, 三上淳治, 秦一平, 古橋剛: D.M.同調システムの簡易設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第 75 巻 第 652 号, 2010.6
- 3) 石丸辰治, 秦一平, 三上淳治, 公塚正行: 付加剛比による D.M.同調システムの簡易設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第 75 巻 第 654 号, 2010.8