

階段状水路における不等流区間の空気混入流特性 Aerated Flow Characteristic in Nonuniform Flow Region of Stepped Channel

○海上真吾¹・高橋正行²・大津岩夫²
*Shingo Kaisho¹, Masayuki Takahashi², Iwao Ohtsu²

Stepped channels are effective for dissipating the energy of supercritical flow that occurs at steep channel slopes. Stepped channel flows are characterized as aerated flows. For design purposes, it is important to know the aerated flow velocity, the air-concentration and the aerated flow depth. In this report, an equation for the calculation of the aerated flow depth has been developed in the nonuniform aerated flow region. Also, the aerated flow characteristics have been clarified in the nonuniform aerated flow region for a channel slope of $\theta=55^\circ$

まえがき

ダム、堰などの落差を伴う構造物や急傾斜地の水路を流下する流れのエネルギーを減勢させる方法として階段状水路の利用が有効である。階段状水路で形成される流れは inception point で乱流境界層が水面に到達し、流れに空気を取り込まれ空気混入射流となる(図-1 参照)。この空気混入流の特性を知ることは水工設計上重要である。

従来、空気混入射流の内部特性は擬似等流での検討が多く^{1)~7)}、不等流状態については空気混入率 C の分布形状の変化に関する研究のみがある⁷⁾。ここでは、不等流区間の空気混入射流における内部特性および水面形について検討をした。

実験方法

水路傾斜角度 $\theta=55^\circ$ 、相対ステップ高さ $S/d_c=0.2, 0.5$ (S :ステップ高さ, d_c :限界水深, $d_c=(q_w^2/g)^{1/3}$, q_w :単位幅流量 $q_w = \int_{y_{0.9}}^{y_{0.9}} (1-C)u dy$, u :流速, g :重力加速度)の skimming flow^{1),3)}を対象とし、空気混入流の空気混入率 C [C =空気の体積/(空気の体積+水の体積)]と流速 u の測定を行った(図-1 参照)。 C , u は二点電極型ポイド率計を用いて測定した(採取時間間隔 20 μ sec, 測定時間 20sec)。また、aerated flow の C , u , およびエネルギーの評価断面をエッジ断面(図-1 参照)とした。また、擬似等流状態になるまでの鉛直距離 H_u の算定には Ohtsu et al. によって示されている実験式¹⁾を用いた。

空気混入率分布

レイノルズ数 Re ($Re=q_w/v_w$; v_w :水の動粘性係数)が $Re \geq 3 \times 10^4$ の不等流区間の skimming flow の空気混入率 C は次の関係で整理されるものと考えられる³⁾。

$$C = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (1)$$

(1)式の関係で C の実験値を整理した一例を図-2 に示す。

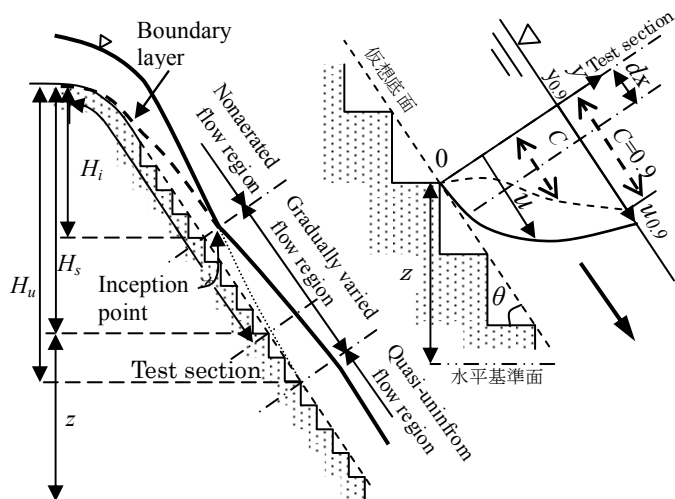


Figure1. Definition sketch

図-2 に示されるように、不等流区間の場合、inception point より下流側では水面より空気が混入し、与えられた θ と S/d_c に対して、 H_s/H_u が大きくなるにつれて仮想底面近くまで空気が混入している。

断面平均空気混入率 C_m は次式で定義される。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (2)$$

C_m と流入部からの鉛直距離 H_s の関係を次式で整理したものを図-3 に示す。

$$\frac{C_m - C_{mi}}{C_{mu} - C_{mi}} = f\left(\frac{H_s - H_i}{H_u - H_i}\right) \quad (3)$$

ここに、 C_{mu} は擬似等流状態での C_m の値であり、高橋・大津によって実験式⁶⁾が示されている。図-3 に示されるように、inception point から H_s の増加に伴い C_m の値は大きくなる。また、与えられた $(H_s - H_i)/(H_u - H_i)$ に対して、 S/d_c の変化による $(C_m - C_{mi})/(C_{mu} - C_{mi})$ の変化は無視できる。 $\theta=55^\circ$ の場合の不等流区間の C_m の変化は次式で近似出来る。

$$\frac{C_m - C_{mi}}{C_{mu} - C_{mi}} = f\left(\frac{H_s - H_i}{H_u - H_i}\right)^{1/2} \quad (4)$$

(4)式から求められる C_m の値と Chanson による気泡の拡散モデル⁸⁾を用いると空気混入率分布が図-3 の各線のように示される。以上より、不等流区間の空気混入率分布を示すことが出来た。

流速分布

レイノルズ数 Re が $Re \geq 3 \times 10^4$ の不等流区間の skimming flow の流速 u は次の関係で整理されるものと考えられる³⁾。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (5)$$

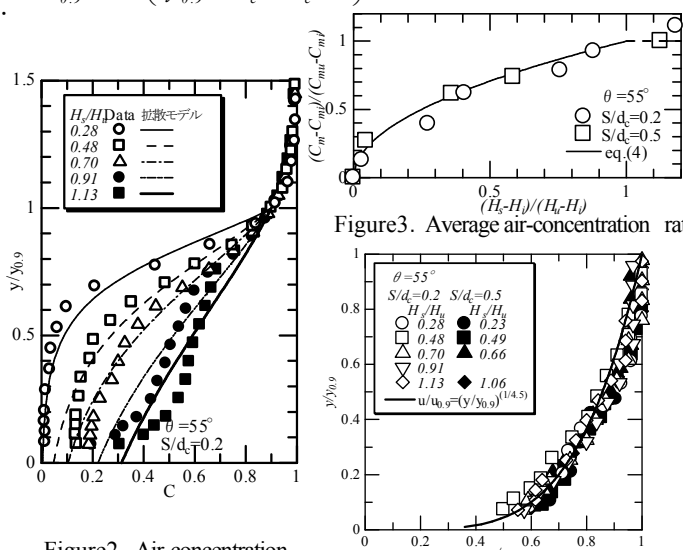


Figure2. Air-concentration distribution

Figure3. Average air-concentration ratio

Figure4. Velocity distribution

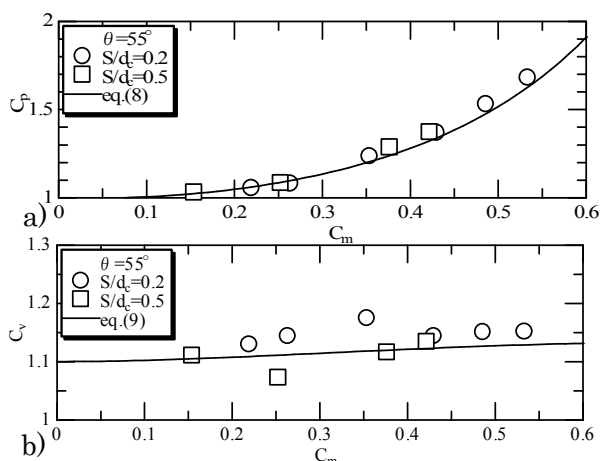


Figure 5. Correction coefficients C_p and C_v

ここに、 $u_{0.9}$ は $y=y_{0.9}$ での流速である。(5)式の関係で実験値を整理すると、不等流区間および擬似等流区間ともに流速分布は S/d_c および H_s/H_u によらず $1/N$ 乗則[(6)式]で示され、 $N=4.5$ で近似される(図-4 参照)。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = \left(\frac{y}{y_{0.9}}\right)^{1/N} \quad (6)$$

(6)式より、 $\theta=55^\circ$ の Skimming flow の空気混入流の流速分布が擬似等流、不等流の両区間に対して予測可能となった。

空気混入流における水面形

階段状水路における不等流区間の空気混入流の水面形についての研究は現在までなされていない。ここでは、階段状水路における Skimming flow の空気混入流の不等流区間の水面形を表示する式を導く。なお、空気混入流を連続体として取り扱い、空気混入率の変化を密度変化として表すものとする。

$\theta=55^\circ$ の Skimming flow の場合、図-1 に示すステップエッジ断面での流れは仮想底面と平行に流下している。したがって、エネルギー評価断面を図-1 のように定める。また、全水頭 E は次式のように示される^{1),2),6)}。

$$E = z + C_p d_w \cos \theta + C_v \frac{V_w^2}{2g} \quad (7)$$

ここに、 d_w は clear water depth [$d_w=(1-C_m)y_{0.9}$]、 V_w は d_w から求められる平均流速 ($V_w=q_w/d_w$)、 C_p および C_v は (8),(9)式に示されるように C 分布と $u/u_{0.9}$ 分布から求められる補正係数である^{1),2),6)}。

$$C_p = \frac{\int_0^1 [(1-C)Y + \int_1^1 (1-C) dY] U dY}{\left(1 - \int_0^1 C dY\right) \int_0^1 (1-C) U dY} \quad (8)$$

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dY\right)^2 \int_0^1 (1-C) U^3 dY}{\left[\int_0^1 (1-C) U dY\right]^3} \quad (9)$$

ここに、 $Y=y/y_{0.9}$ 、 $U=u/u_{0.9}$ である。また、流速分布を $1/4.5$ 乗則[(6)式]、空気混入率分布を拡散モデルで近似し、 C_p および C_v を求めると図-5 の各実線が得られる。

全水頭 E の流下方向の変化は次式で示される。

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dh_L}{dx} \quad (10)$$

損失水頭 $dh_L = \frac{f}{4} \frac{dx}{d_w} \frac{V_w^2}{2g}$ を用い (f は不等流区間の抵抗係数)、擬似等流区間の平均流速 $V_u = \sqrt{8g/f_u} \sqrt{d_{wu} \sin \theta}$ を用いる (d_{wu} は擬似等流区間の clear water depth、 f_u は擬似等流区間の抵抗係数) と次式が得られる。

$$\frac{dh_L}{dx} = \frac{f}{f_u} \frac{d_{wu}^3}{d_w^3} \sin \theta \quad (11)$$

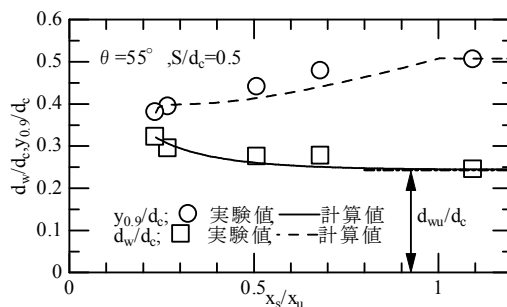


Figure 6. Clear water depth d_w and Aerated flow depth

また(7)式より全水頭 E の変化率は

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dz}{dx} + C_p \cos \theta \frac{dd_w}{dx} + d_w \cos \theta \frac{dC_p}{dx} - C_v \frac{d_c^3}{d_w^3} \frac{dd_w}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d_c^3}{d_w^2} \frac{dC_v}{dx} \quad (12)$$

(11)、(12)式を(10)式へ代入し $f=f_u$ と仮定すると次式が得られる。

$$\frac{dd_w}{dx} = \frac{\left(\frac{d_w}{d_c}\right)^3 \sin \theta - \left(\frac{d_{wu}}{d_c}\right)^3 \sin \theta - \left(\frac{d_w}{d_c}\right)^4 \frac{dC_p}{d(x/d_c)} \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{d_w}{d_c} \frac{dC_v}{d(x/d_c)}}{C_p \left(\frac{d_w}{d_c}\right)^3 \cos \theta - C_v} \quad (13)$$

(13)式中の各項のオーダーを比較すると、射流では $d_w/d_c < 1$ であり、 $(d_w/d_c)^4 [dC_p/d(x/d_c)] \cos \theta$ は他の項より小さく無視することが出来る。また、図-5(b)より $dC_v/d(x/d_c) \approx 0$ である。したがって、(13)式は次のように示される。

$$\frac{dd_w}{dx} = \sin \theta \frac{d_w^3 - d_{wu}^3}{C_p d_w^3 \cos \theta - C_v d_c^3} \quad (14)$$

流れは射流であるため、境界条件としては inception point の clear water depth d_{wi} を与え、下流側に向かって(14)式を数値積分すると不等流区間の clear water depth d_w が求まる。ここでは、不等流区間の C_m を(4)式から求め、空気混入率分布を気泡の拡散モデル、流速分布を $1/4.5$ 乗則で近似[(6)式]し、 C_p および C_v を求め、(14)式によって d_w を計算した(図-6)。図に示されるように、計算値は実験値とほぼ一致している。

空気混入流の代表水深としては、 $y_{0.9}$ を用いる事が妥当である¹⁾。計算によって求められた clear water depth d_w と(4)式によって求められた C_m と $d_w=(1-C_m)y_{0.9}$ を用いると $y_{0.9}$ が得られる。図-6 に示されるように、計算値と実験値の $y_{0.9}/d_c$ はほぼ一致し、空気混入流水深 $y_{0.9}/d_c$ は x/d_c の増加に伴い大きくなっている。

参考文献

- [1]Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: "Flow Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.130, No.9, pp.860-869, 2004.
- [2]Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: "Energy Head of Aerated Flows in Stepped Channels", *Proc. the 31st IAHR Cong.*, IAHR, pp.2890-2899, 2005.
- [3]高橋, 安田, 大津: "階段状水路における空気混入射流に対するレイノルズ数の影響", *水工学論文集*, 土木学会, 第 50 巻, pp.871-876, 2006.
- [4] Takahashi, M., Yasuda, Y., and Ohtsu, I.: "Characteristics of Aerated Flows in Skimming, Transition, and Nappe Flows", *Proc. the 32nd IAHR Cong.*, CD-ROM, 2007.
- [5]高橋, 安田, 大津: "階段状水路における空気混入流特性", *水工学論文集*, 土木学会, 第 52 巻, pp.787-792, 2008.
- [6]高橋, 大津: "階段状水路の空気混入流特性に対する水路傾斜角度の影響", *水工学論文集*, 土木学会, 第 54 巻, pp.1057-1062, 2010.
- [7] Boes, R. M. and Hager, W. H.: "Hydraulic Design of Stepped Spillways", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.129, No.9, pp.671-679, 2003.
- [8]Chanson, H.: *The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways.*, AA. Balkema, Lisse, The Netherlands, 2000.