

CIP 法を用いた浅水波方程式によるダムの崩壊シミュレーション

Dam Break Simulation by Shallow Water Equations using CIP Method

○稲葉慶太¹, 菅野祐樹¹, 高橋雄樹², 新部達大², 惠藤浩朗³, 西條修⁴*Keita Inaba¹, Yuki Sugano¹, Yuki Takahashi², Michihiro Nibe², Hiroaki Eto³, Osamu Saijo⁴

Abstract: The oceanic building constructed under ocean environment has to pay attention to influence of a wave. It is considered that it is important to understand the pressure distribution around an oceanic building about it. It is considered that However, huge calculation capacity in calculating the fluid power of a wave is needed, and performed by repetition calculation, microscopic error causes a greatly different result from a real phenomenon. A calculation program of the two-dimensional shallow water wave equation which made CIP method fit was made to simulate wave by this study. And dam break simulation was done.

1. はじめに

海洋環境下に建設される海洋建築物は、特に砕波の影響を受ける。しかし強非線形性を有する砕波圧の計算には、膨大な計算容量が必要となり、時系列解析を実施する上で高い計算精度が要求される。そのため高効率かつ高精度の数値解析手法を選択することが重要である。

そこで本研究では流体解析に CIP 法を導入することを目的とし、構造格子での CIP 法による二次元浅水波方程式を用いた部分開放のダムの崩壊シミュレーションを実施し、格子間隔を変化させた計算を通して水面高さへの影響について調査した。

2. ダム崩壊シミュレーション

2.1 二次元浅水波方程式の理論解析

本研究で、波浪のシミュレーションの解析で使用する二次元浅水波方程式を(1), (2)式に示す。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F^x}{\partial x} + \frac{\partial F^y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, F^x = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{bmatrix}, F^y = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

但し、 h : 波高, u : x 方向速度, v : y 方向速度, g : 重力加速度

(1)式に示す二次元浅水波方程式を CIP 法に適応可能な移流方程式に変換するため、流束関数の保存変数に対する微分から(3)式のヤコビアン行列^[1, 2, 3]を算出する。得られたヤコビアン行列を用いると(1)式で示す二次元浅水波方程式が(4)式で示す移流方程式の形状で表現されるため、これにより二次元 CIP 法による解析が可能となる。

$$V = \begin{bmatrix} h \\ u \\ v \end{bmatrix}, A = \frac{\partial F^x}{\partial V} = \begin{bmatrix} u & h & 0 \\ g & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}, B = \frac{\partial F^y}{\partial V} = \begin{bmatrix} v & 0 & h \\ 0 & v & 0 \\ g & 0 & v \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

(4)式を B 型二次元 CIP 法^[4, 5]で解析するには、格子間 $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ において(5)式の補間係数を構築する。

$$V(x, y) = c_{00} + c_{10}X + c_{20}X^2 + c_{30}X^3 + c_{01}Y + c_{02}Y^2 + c_{03}Y^3 + c_{11}XY + c_{21}X^2Y + c_{12}XY^2 + c_{31}X^3Y + c_{13}XY^3 \quad (5)$$

但し、 c : 補間関数の係数

(5)式の 12 個の係数を決定するため以下の拘束条件を与える。

$$\left[\begin{array}{l} V(x_i, y_j) = \overline{p_{q_{1,j}}}, \quad \frac{\partial}{\partial x} V(x_i, y_j) = \overline{p_{q_{x1,j}}}, \\ \frac{\partial}{\partial y} V(x_i, y_j) = \overline{p_{q_{y1,j}}}, \quad V(x_{i+1}, y_j) = \overline{p_{q_{1,i+1,j}}}, \\ \frac{\partial}{\partial x} V(x_{i+1}, y_j) = \overline{p_{q_{x1,i+1,j}}}, \quad \frac{\partial}{\partial y} V(x_{i+1}, y_j) = \overline{p_{q_{y1,i+1,j}}}, \\ V(x_i, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{1,i,j+1}}}, \quad \frac{\partial}{\partial x} V(x_i, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{x1,i,j+1}}}, \\ \frac{\partial}{\partial y} V(x_i, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{y1,i,j+1}}}, \quad V(x_{i+1}, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{1,i+1,j+1}}}, \\ \frac{\partial}{\partial x} V(x_{i+1}, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{x1,i+1,j+1}}}, \\ \frac{\partial}{\partial y} V(x_{i+1}, y_{j+1}) = \overline{p_{q_{y1,i+1,j+1}}} \end{array} \right. \quad (6)$$

但し、 $\overline{p_{q_{1,j}}}$: PV モーメント, $\overline{p_{q_{x1,j}}}$: x の DV モーメント, $\overline{p_{q_{y1,j}}}$: y の DV モーメント

(5), (6)式より連立方程式を解くと、(5)式の 12 個の補間係数を求めることが出来る。

2.2 計算条件

ダム崩壊シミュレーションは Fig.1 に示す初期条件

下で実施した。また格子間隔の波高への影響について調査するために Table 1 に示す 3 ケースの計算を行い、Fig.1 の A 点で示すポイントで分割数ごとの水面高さを比較した。ここで数値計算を実施する際の時間刻みは 0.005[sec]と設定した。

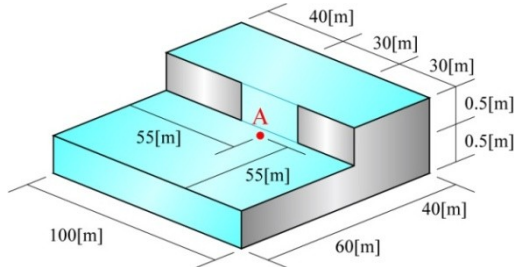


Fig.1 計算初期条件

Table 1 計算条件

ケース	メッシュサイズ	要素数
Case 1	10.0[m]×10.0[m]	206
Case 2	5.0[m]×5.0[m]	812
Case 3	3.3[m]×3.3[m]	1818

2.3 結果および考察

二次元浅水波方程式を用いたダム崩壊シミュレーションの結果を Fig.2 および Fig.3 に示す。

Fig.2 は A 点における水面高さをメッシュサイズごとに比較した結果である。各ケースの水面高さを比較すると水面高さの変動量に大きな差異はないものの、

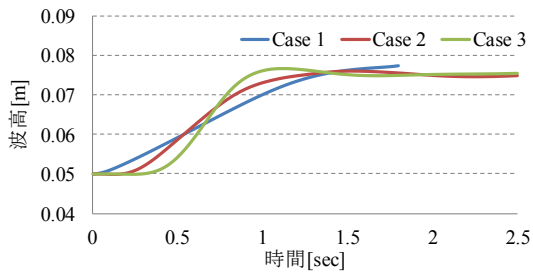


Fig.2 メッシュサイズに伴う水面高さの比較 (A 点)

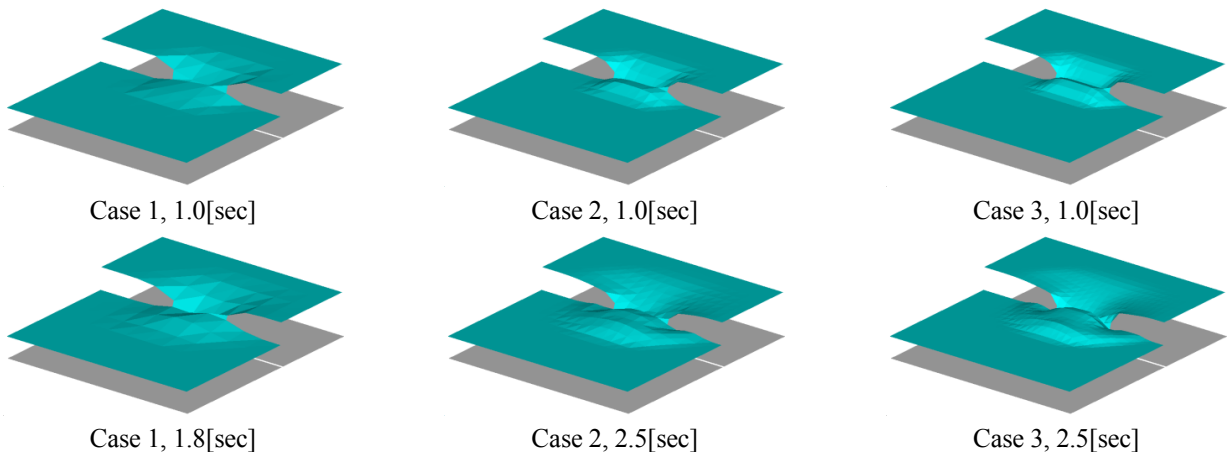


Fig.3 ダム崩壊シミュレーション計算結果

メッシュサイズが細くなるほど、詳細に水面変動を表現する結果が得られた。このことから当然だがメッシュサイズを細かく設定するほど、より高精度の計算が実施可能といえる。Case 1 ではメッシュサイズが粗く計算誤差が拡大し、1.8[sec]程度で計算が発散する結果が得られた。また Case 2, 3 の 1.4[sec]以降の結果はほぼ同様な傾向を示し、約 0.075[m]の値に収束する計算結果が得られた。

Fig.3 は Case 1~3 のダム崩壊シミュレーションの計算結果を、三次元的に表現した結果である。1.0[sec]の結果よりメッシュサイズが粗いほど水面変動の広がりが早く進行する結果が確認された。またメッシュサイズが細かい Case 3 で特に詳細な水面変動を表現する結果が得られた。

3. おわりに

本研究では構造格子の格子間隔を変化させ、CIP 法による二次元浅水波方程式を用いたダムの崩壊シミュレーションを実施した。計算結果ではダムの崩壊部分から流体が流れ水面高さの変動を表現する結果が得られたが、実現象や他の解析結果との比較を実施していないため、今後、理論解析および計算プログラムの妥当性の検証が望まれる。

参考文献および参考 URL

- [1] 肖鋒, 伊井仁志, 小野寺直幸:『計算流体力学』コロナ社発行, pp.2~16, pp.136~151 2009 年川井忠彦, 川島矩郎, 三本木茂夫:「薄板構造解析」コンピュータによる構造工学講座 II-7-A, 株式会社培風館, 1973 年
- [2] http://th.nao.ac.jp/~tomisaka/Lecture_Notes/Fluid_dynamics/Numerical_Hydro_Dynamics/node29.html
- [3] <http://center.stelab.nagoya-u.ac.jp/summer-school/pdf/text1.pdf>
- [4] 矢部孝, 尾形陽一, 内海隆行:『CIP 法—原子から宇宙までを解くマルチスケール解法』, 森北出版, pp.4~37, 2003 年
- [5] 新部達大, 佐藤広章:『CIP 法を適用した波浪シミュレーション』, 日本大学理工学部卒業研究論文, 2008 年