

D.M.を用いた連結制震に関する基礎的研究

その 1. MC 型の最適設計式

Fundamental Study on Coupled Vibration Control System with Dynamic Mass Damper

Part1 Optimal Design of MC Type Model

○弓削貴史⁵, 古橋剛², 石丸辰治¹, 油野球子³, 荻野瑛⁴

*Takafumi Yuge⁵, Takeshi Furuhashi², Shinji Ishimaru¹, Mariko Aburano³, Akira Ogino⁴

In this paper, propose an optimal design method for using the DM in the connecting part. This optimal design method is conducted by the repetition of complex eigenvalue analysis. In this part, the theory has led to the expression.

1.1 はじめに

制震技術の 1 つである連結制震とは、固有周期の異なる 2 つの構造物間をダンパーによって連結する事で、両棟の制震性能を向上させるものである(以降, C 型)。層間ダンパーに代わる制震手法として背戸ら^[1]によって提案されている。連結制震では, TMD 等に代表される定点理論を用いる事で両棟を効率良く制御する事が出来るが, 得られる性能は構造物の振動特性による為, 設計の自由度が極端に小さい等の問題点があった。この問題点を解決したのが, 岩波や蔭山らによるダンパーとばねを併用したシステムである(以降, CK 型)^{[2],[3]}。これにより, 連結ばねの調節で合理的な設計が行える様になった。

しかしばねの特性上, 構造物の組み合わせによっては CK 型が適用できない範囲がある。そこで本研究では, 連結部にダイナミック・マス(以降, D.M.)を用いたシステムを提案する(以降, MC 型)。

さらに, 石丸らによる D.M.同調システムの研究において, 複素固有値解析を介した最適設計手法が提案されている^[4]。そこで, その 1 では, 連結制震における複素固有値解析を介した最適設計手法を提案する。

1.2 MC 型の概要と定点

Figure1-1 に, 1 質点系の MC 型モデルを示す。

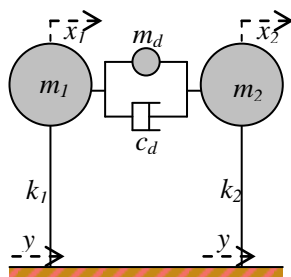


Figure1-1 SDOF model of MC type

また係数の設定を以下に示す。

$$\omega_{s1}^2 = \frac{k_1}{m_1}, \quad \omega_{s2}^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad \omega_{12} = \left(\frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}} \right)^2 = \frac{\mu_k}{\gamma_m} : \text{構造体振動数比}$$

$$\gamma_m = \frac{m_2}{m_1} : \text{質量比}, \quad \mu_k = \frac{k_2}{k_1} : \text{剛性比}, \quad \eta_m = \frac{m_d}{m_1} \quad (1-1)$$

$$2h_d \omega_{s1} = \frac{c_d}{m_1}, \quad \alpha = 1 + \frac{1}{\gamma_m}, \quad \beta = \omega_{12} + \frac{1}{\gamma_m}, \quad \lambda = \frac{\omega}{\omega_{s1}} : \text{入力振動数比}$$

また, m_1 側を主系(短周期側), m_2 側を副系(長周期側)と定義する。続いて, MC 型における主系, 副系両方の応答倍率式を誘導する。

この時の振動方程式は(1-2)式の様になる。

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2h_d \omega_{s1}}{1 + \alpha \eta_m} & -\frac{2h_d \omega_{s1}}{1 + \alpha \eta_m} \\ -\frac{2h_d \omega_{s1}}{1 + \alpha \eta_m} & \frac{2h_d \omega_{s1}}{1 + \alpha \eta_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\omega_{s1}^2 + \frac{\eta_m \omega_{s1}^2}{\gamma_m}}{1 + \alpha \eta_m} & \frac{\eta_m \omega_{s1}^2}{1 + \alpha \eta_m} \\ \frac{\eta_m \omega_{s1}^2}{\gamma_m} & \frac{\omega_{s2}^2 + \eta_m \omega_{s1}^2}{1 + \alpha \eta_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad (1-2)$$

$$x_1 = X_1 e^{i\alpha t}, \quad x_2 = X_2 e^{i\alpha t}, \quad y = Y e^{i(\alpha t + \phi)} \quad (1-3)$$

系が定常振動すると仮定し, 各変位を(1-3)式の様に表示した。ここで, 主副系両方の相対変位応答倍率を求めると次式の様になる。

$$\left| \frac{X_1}{Y} \right| = \sqrt{\frac{C^2 + h_d^2 D^2}{A^2 + h_d^2 B^2}}, \quad \left| \frac{X_2}{Y} \right| = \sqrt{\frac{E^2 + h_d^2 D^2}{A^2 + h_d^2 B^2}} \quad (1-4)$$

ただし,

$$A = (1 + \alpha \eta_m) \lambda^4 - (1 + \omega_{12} + \beta \eta_m) \lambda^2 + \omega_{12}, \quad B = 2\lambda(\alpha \lambda^2 - \beta) \quad (1-5)$$

$$C = -(1 + \alpha \eta_m) \lambda^4 + \omega_{12} \lambda^2, \quad D = 2\alpha \lambda^3, \quad E = -(1 + \alpha \eta_m) \lambda^4 + \lambda^2$$

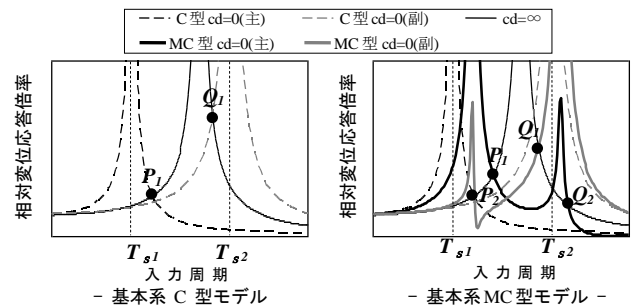


Figure1-2 Resonance curve

Figure1-2 の応答倍率曲線は(1-4)式より描いたものである。C 型,MC 型共に $c_d = 0$ の時の主副系の応答倍率と $c_d = \infty$ の応答倍率に交点が存在している。これは, Den Hartog による定点理論において, 系の減衰に関係なく不動な”定点”とされている。同図より, C 型では主系と副系に 1 つずつの計 2 個, MC 型では 2 個ずつの計 4

個の定点が存在する事がわかる。ここで、主系の定点を短周期側から P_1, Q_2 、副系の定点を同じく P_2, Q_1 と定義する。Figure1-2 のように MC 型では、連結部の m_d によって、定点位置を調節する事ができる。ここで最適設計とは、対象とする 2 つの定点高さを揃える”最適同調条件”と、定点を最大応答倍率とする”最適減衰条件”を満たす事である。よって、C 型において定点 P_1, Q_1 の最適設計をする条件は両棟のパラメータが(1-6)式の条件を満たす時だけであったのに対し、MC,CK 型ではこの条件以外においても最適設計が可能である。

$$\gamma_m = \frac{1}{\mu_k} \quad : \text{C 型モデルにおける最適式} \quad (1-6)$$

なお、対象とする定点の組み合わせにより、制震対象として主系のみ、副系のみ、主副系両方の 3 種類が挙げられるが、本研究では主副系両方を対象としている。

1.3 MC 型の最適設計

1.3.1 最適同調式

最適同調条件を満たす為の最適式を誘導する。まず(1-2)式より、 $h_d = 0$ の時の特性方程式は次の様になる。
 $(1 + \alpha\eta_m)\lambda^4 - (1 + \omega_{12} + \beta\eta_m)\lambda^2 + \omega_{12} = 0$ (1-7)

(1-7)式の解は、 $h_d = 0$ 時の 1,2 次固有振動数比 $\lambda_{01}^2, \lambda_{02}^2$ であり、解と係数の関係を用いると以下の様になる。

$$\lambda_{01}^2 + \lambda_{02}^2 = \frac{1 + \omega_{12} + \beta\eta_m}{1 + \alpha\eta_m}, \quad \lambda_{01}^2 \cdot \lambda_{02}^2 = \frac{\omega_{12}}{1 + \alpha\eta_m} \quad (1-8)$$

$$\text{ただし、} \lambda_{01}^2 = (\omega_{01}/\omega_{s1})^2, \quad \lambda_{02}^2 = (\omega_{02}/\omega_{s1})^2 \quad (1-9)$$

また、 $h_d = \infty$ の時の固有振動数は、両棟の連結部が剛結合されたものと仮定すると、次式の様に表される。

$$\omega_\infty^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \lambda_\infty^2 = \left(\frac{\omega_\infty}{\omega_{s1}}\right)^2 = \frac{1 + \mu_k}{1 + \gamma_m} = \frac{\beta}{\alpha} \quad (1-10)$$

続いて、両棟を制震対象とする場合、定点 P_1, Q_1 の高さを揃える必要がある。そこで、(1-11)式が成り立つ。

$$\left|\frac{X_1}{Y}\right|_{\infty, P_1} = \left|\frac{X_2}{Y}\right|_{\infty, Q_1} \quad (1-11)$$

$h_d = \infty$ のときの応答倍率は(1-4)式より次の様になる。

$$\left|\frac{X_1}{Y}\right|_\infty = \left|\frac{X_2}{Y}\right|_\infty = \frac{D}{B} = \frac{\alpha\lambda^2}{\beta - \alpha\lambda^2} \quad (1-12)$$

よって定点 P_1, Q_1 の固有振動数比 $\lambda_{P1}^2, \lambda_{Q2}^2$ を(1-12)式に代入し、(1-11)式の条件のもと展開すると次式が得られる。

$$\frac{\lambda_{Q1}^2 + \lambda_{P1}^2}{\lambda_{Q1}^2 \lambda_{P1}^2} = \frac{2\alpha}{\beta} \quad (1-13)$$

なお、 $\lambda_{P1}^2, \lambda_{Q1}^2$ は(1-14)式を展開する事で得られる方程式の解として求める。ただし、 $\lambda_{P1}^2 > \lambda_{Q2}^2, \lambda_{P2}^2 > \lambda_{Q1}^2$ 。

$$\left|\frac{X_1}{Y}\right|_{0, P_1, Q_2} = \left|\frac{X_1}{Y}\right|_{\infty, P_1, Q_2}, \quad \left|\frac{X_2}{Y}\right|_{0, P_2, Q_1} = \left|\frac{X_2}{Y}\right|_{\infty, P_2, Q_1} \quad (1-14)$$

$$\lambda_{P,1}^2 = \frac{B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}, \quad \lambda_{Q,1}^2 = \frac{B_2 + \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \quad (1-15)$$

ただし、

$$A_1 = A_2 = 2\alpha(\eta_m\alpha + 1)$$

$$B_1 = 2\alpha\omega_{12} + 2\alpha\beta\eta_m + \alpha + \beta, \quad B_2 = \alpha\omega_{12} + 2\alpha\beta\eta_m + 2\alpha + \beta \quad (1-16)$$

$$C_1 = \omega_{12}(\alpha + \beta), \quad C_2 = \alpha\omega_{12} + \beta$$

最後に(1-8),(1-10)式の固有振動数の関係を、(1-13)式に代入し、固有周期の関係式として変形することで次式の最適同調式が得られる。

$$T_\infty = \sqrt{\frac{\left(K_1 + \sqrt{K_1^2 - 4L_1}\right) + \left(K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4L_2}\right)}{\left(K_1 + \sqrt{K_1^2 - 4L_1}\right) \cdot \left(K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4L_2}\right)}} \quad (1-17)$$

ただし、

$$K_1 = \left(\frac{1}{T_{0,1}^2} + \frac{1}{T_{0,2}^2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}\right)}{2\alpha(\eta_m\alpha + 1)}, \quad L_1 = \left(\frac{1}{T_{0,1}^2 \cdot T_{0,2}^2}\right) + \frac{\frac{1}{T_2^2} \left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}\right)}{2\alpha(\eta_m\alpha + 1)}$$

$$K_2 = \left(\frac{1}{T_{0,1}^2} + \frac{1}{T_{0,2}^2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right)}{2\alpha\gamma_m(\eta_m\alpha + 1)}, \quad L_2 = \left(\frac{1}{T_{0,1}^2 \cdot T_{0,2}^2}\right) + \frac{\frac{1}{T_1^2} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right)}{2\alpha\gamma_m(\eta_m\alpha + 1)}$$

また、最適同調時の最大応答倍率は(1-13)式を(1-12)式に代入することで次式の様になる。

$$\left|\frac{X_1}{Y}\right|_{P_1, \max} = \left|\frac{X_2}{Y}\right|_{Q_1, \max} = \left|\frac{\lambda_{P1}^2 + \lambda_{Q1}^2}{\lambda_{P1}^2 - \lambda_{Q1}^2}\right| \quad (1-18)$$

1.3.2 最適減衰式

続いて最適減衰式を誘導する。単一モードを対象とした場合、応答倍率と減衰定数 h の関係は以下の様になる。

$$\left|\frac{X}{Y}\right|(\omega) = \frac{1}{2h} \quad (1-19)$$

連結制震においては、厳密に(1-19)式の関係は成立しないが、両者は非常に近い関係にあると考えられる。ここでは、(1-19)式の工学的観点から、最適減衰式を近似的に以下の様に表す。係数は経験的手法により求めた。連結制震の場合、最適設計時の減衰定数 h_1, h_2 は同値とならない為、平均を採る事で h_{opt} を定めている。

$$h_{opt} = (0.65 \sim 0.75) \times \left|\frac{\lambda_{P1}^2 - \lambda_{Q1}^2}{\lambda_{P1}^2 + \lambda_{Q1}^2}\right| = \sqrt{\frac{(h_1)^2 + (h_2)^2}{2}} \quad (1-20)$$

1.4 まとめ

複素固有値解析結果が、誘導した(1-17),(1-20)式を満たすように連結部の m_d と c_d を調節する事で、MC 型の最適設計を行う事ができる事を示した。

【参考文献】

- [1] 背戸一登：「構造物の振動制御」，コロナ社，1965
- [2] 蔭山満：定点理論による連結制振を対象としたパッシブ系の多モード最適制振の設計法に関する研究，日本大学学位論文，2005.12
- [3] 岩波孝一，鈴木浩平，背戸一登：ダンパーとばねで連結された並列構造物の制振法，日本機械学会論文集（C 編），No.93-0355，pp69-74，1993.10
- [4] 石丸辰治，三上淳治，秦一平，古橋剛：D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，Vol.75，No.652，pp.1105-1112，2010.6