

G-19

数学証明支援システムにおける定理挿入プログラムの作成
ソフトウェア Isabelle と Emacs Lisp を用いて
Composition of theorem insertion program on generic theorem prover
Using Isabelle and Emacs Lisp

馬場 彰太郎¹
 Shotaro Baba¹

Abstract: Isabelle is a theorem prover and is used for proving mathematical proposition and verifying programming language such as C language. Proof and verification on Isabelle are done by Isabelle's programming language. Kobayashi's theorem prover made by using Emacs Lisp can prove mathematical theorem partially, but the composition of the program which inserts proved propositions into the database of theorems is still not yet complete. In this paper, we show a guideline of the theorem insertion program.

1. 概要

Isabelle は定理自動証明システムであり、数学の証明や C 言語といったプログラミング言語の検証に用いられる^[1]。検証は、Isabelle 独自のプログラミング言語で行う。小林英恒が作成した Isabelle を用いたプログラミング言語 Emacs Lisp による数学における命題の自動証明システムは部分的に自動証明はできるものの、証明された命題を自動証明において使用可能にするプログラムは作成されていない。今回、そのプログラム作成についての研究の中間報告を行う。

2. 証明支援システム Isabelle について^[1]

Isabelle は証明支援システムであり、数学における命題の証明はプログラムを用いて対話的に進められる。以下にその簡単な例を示す。

```
lemma simple_example: [[A; A → B; B → C]] ==> C
  apply (frule mp, assumption+)
  apply (rule mp)
  apply assumption +
  done
```

プログラム文頭の”lemma”は命題の証明を行うことを宣言するコマンドであり、2行目の”apply”はその命題に対して定理の適用を行うコマンドであり、”apply”以降にその操作を記述する。文末の”done”は証明終了を Isabelle に伝えるコマンドである。上記のようにして証明は進行していく。

3. Emacs による証明支援システムの概要^[2]

Emacs による証明支援システムは、数学の自動証明を行い、Isabelle において動作する。証明支援システムはプログラミング言語 Emacs Lisp により作成されている。(以下、「証明支援システム」を「システム」と省略して概要を説明する。)

自動証明システムの構成要素は3つあり、与えられた命題を木構造に変換するプログラム、判定プログラム、文字列挿入プログラムの3つがある。以下、後者2つの働きについて説明する。

判定プログラムとは、ある命題が与えられた際、どの文字列生成プログラムを用いるか判定するプログラムである。文字列生成プログラムは Isabelle のプログラム文を生成するプログラムである。以降、これらを用いた自動証明の手順を説明する。

最初に、lemma 以降の補題をシステムに読み込ませ、次に、それにプログラムを用いて木構造に変換し、それをもとにどの文字列生成プログラムを適用すれば証明が進むのかを判定プログラムを用いて決定する。それを終えたのちに選ばれた文字列生成プログラムが木構造からプログラム文を生成する。それを Isabelle のプログラム文に挿入し、Isabelle による証明を進めていく。その際、命題の内容が Isabelle における命題の操作により変化しているので、それを再び木構造に変換する。証明が終了するまで上記の操作を繰り返す。(証明が終了する際はコマンド done を生成する。)

これら一連の操作の例を Figure 1 に示す。

4. 定理挿入プログラムの概念

定理挿入プログラムとは、Isabelle において証明された命題を認識し、それをシステムにおいて使用可能にするプログラムである。以下、その手順について説明

1:日大理工・院(前)・数学

する。最初にその命題を木構造に変換し、その定理に対応可能な条件式を認識するプログラムと Isabelle に対して文字列を挿入するプログラム 2 つを作成する。これにより、その定理が必要な命題が存在した時、自動的に証明可能となる。以上が、定理挿入プログラムの概要である。概念図を Figure 2 に示す。

5. 今後の課題

定理挿入プログラムについては、4 に示したような

方針はあるものの、未完成である。具体的にどのようにプログラムを作成できるかが今後の課題である。学術講演会では、論理記号を扱える簡単なプログラムを作成し発表する予定である。

6. 参考文献

- [1] Tobias Nipkow, Lawrence C. Paulson, Markus Wenzel, "Tutorial for Isabelle", 2011.
- [2] 小林英恒, ar10Mar10.el.

Figure 1. Example of Kobayashi's theorem prover

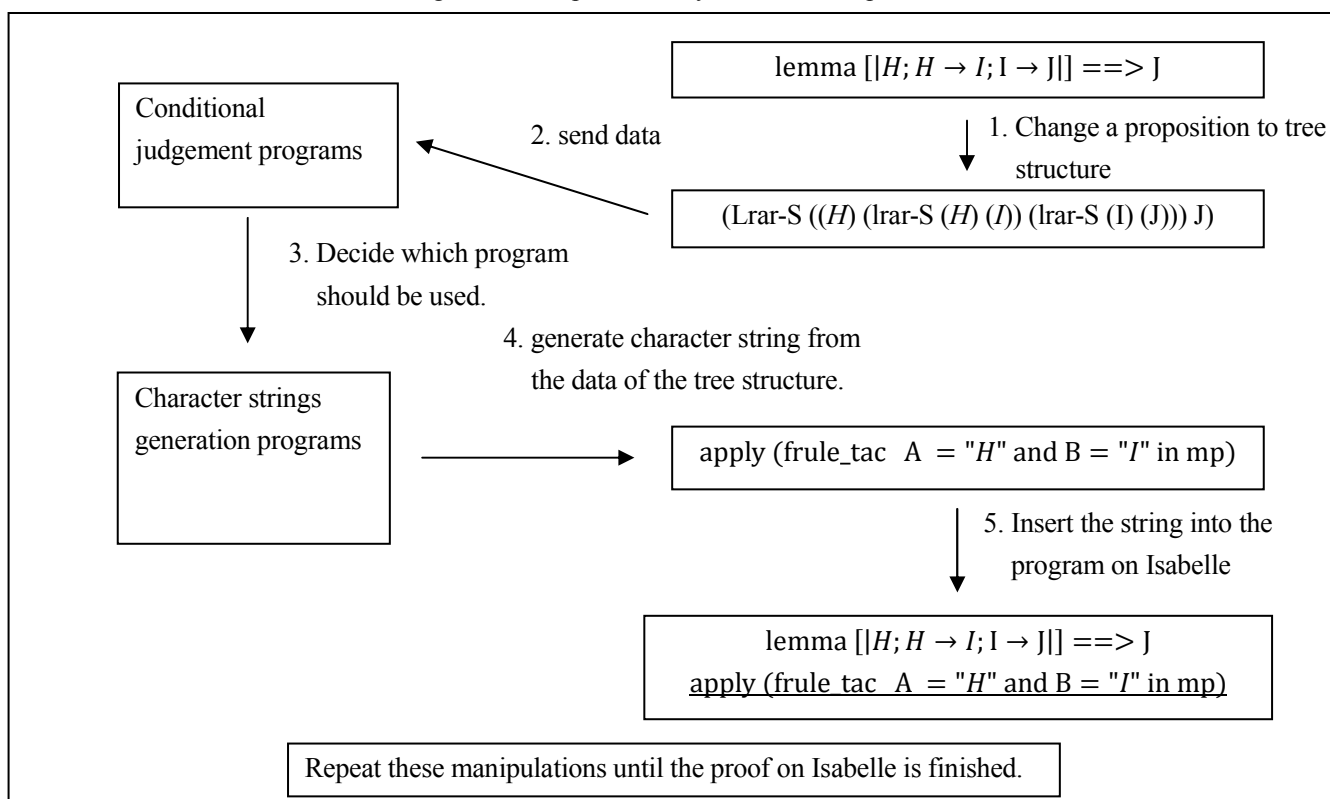


Figure 2. Theorem insertion program

