

階段状水路における不等流区間の空気混入流特性  
 Aerated Flow Characteristics in Nonuniform Flow Region of Stepped Channels

○海上真吾<sup>1</sup>・高橋正行<sup>2</sup>・大津岩夫<sup>2</sup>  
 \*Shingo Kaisho<sup>1</sup>, Masayuki Takahashi<sup>2</sup>, Iwao Ohtsu<sup>2</sup>

Stepped channels are effective for dissipating the energy of supercritical flow that occurs at steep channels. Stepped channel flows are characterized as aerated flows. For design purposes, it is important to know the Hydraulic characteristics of gradually varied flow in aerated flows. In this report, the effect of relative step height  $S/d_c$  ( $S$ : step height,  $d_c$ : critical flow depth) on the aerated flow depth has been shown by using the equation developed by Takahashi and Ohtsu(2011). Also, aerated flow characteristics have been shown in the nonuniform aerated flow region for a channel slope of  $\theta=55^\circ$  and  $0.2 \leq S/d_c \leq 1.0$ .

1. まえがき

ダム、堰などの落差を伴う構造物や急傾斜地の水路を流下する流れのエネルギーを減勢させる方法として階段状水路の利用が有効である。階段状水路における skimming flow<sup>1)</sup>は inception point で乱流境界層が水面に到達し、流れに空気を取り込まれて空気混入射流となる(図-1 参照)。この空気混入流の特性を知ることは水工設計上重要である。

従来、空気混入射流の空気混入流特性は擬似等流での検討が多く<sup>1)-8)</sup>、不等流区間についての研究はほとんどない。最近、高橋・大津は空気混入流の不等流区間の水面形を求める式を提示した<sup>9)</sup>。この報告は水路傾斜角度  $\theta=55^\circ$  のもとで不等流区間の空気混入射流における空気混入率、流速および水面形状に対する相対ステップ高  $S/d_c$  ( $S$ : ステップ高,  $d_c$ : 限界水深) の影響について明らかにしようとしたものである。

2. 実験方法

水路傾斜角度  $\theta=55^\circ$  のもとで相対ステップ高  $S/d_c=0.2, 0.3, 0.5, 0.7$  [ $d_c=(q_w^2/g)^{1/3}$ ,  $q_w$ : 単位幅流量,  $q_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C)u dy$ ,  $C$ : 空気混入率 { $C$ =空気の体積/(空気の体積+水の体積)},  $y_{0.9}$ : 空気混入率  $C$  が 90% となる  $y$  の高さ,  $u$ : 流速,  $g$ : 重力加速度] の skimming flow<sup>1)</sup> を対象とし、空気混入流の空気混入率  $C$  と流速  $u$  の測定を行った。 $C, u$  は二点電極型ボイド率計を用いて測定した(採取時間間隔 20 $\mu$ sec, 測定時間 20sec)。また、aerated flow の  $C, u$  およびエネルギーの評価断面をエッジ断面(図-1 参照)とした。また、擬似等流状態になるまでの鉛直距離  $H_u$  の算定には Ohtsu et al. の実験式<sup>1)</sup>を用いた。

3. 空気混入率分布

レイノルズ数  $Re$  ( $Re=q_w/v_w$ ;  $v_w$ =水の動粘性係数) が  $Re \geq 3 \times 10^4$  の不等流区間の skimming flow<sup>1)</sup> の空気混入率  $C$  は次の関係で整理されるものと考えられる<sup>3),9)</sup>。

$$C = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (1)$$

(1) 式の関係で  $C$  の実験値を整理した一例を図-2 に示す。図-2 に示されるように、不等流区間の場合、inception point より下流側では水面より空気が混入し、与えられた  $\theta$  と  $S/d_c$  に対して、 $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  が大きくなるにつれて仮想底面近くまで空気が混入している。

断面平均空気混入率  $C_m$  は次式で定義される。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (2)$$

$C_m$  と流入部からの鉛直距離  $H_s$  の関係を次式で整理したものを図-3 に示す。

$$\frac{C_m - C_{mi}}{C_{mu} - C_{mi}} = F\left(\frac{H_s - H_i}{H_u - H_i}\right) \quad (3)$$

ここに、 $C_{mu}$  は擬似等流状態での  $C_m$  の値であり、 $C_{mi}$  は inception point での  $C_m$  の値である。図-3 に示されるように、inception point から  $H_s$  の増加に伴い  $C_m$  の値は大きくなる。また、与えられた  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  に対して、 $S/d_c$  の変化による  $(C_m - C_{mi})/(C_{mu} - C_{mi})$  の変化は無視できる。 $\theta=55^\circ$  の場合の不等流区間の  $C_m$  の変化は次式で近似出来る。

$$\frac{C_m - C_{mi}}{C_{mu} - C_{mi}} = \left(\frac{H_s - H_i}{H_u - H_i}\right)^{1/2} \quad (4)$$

(4) 式から求められる  $C_m$  の値と Chanson による気泡の拡散モデル<sup>8)</sup>を用いると空気混入率分布が図-2 の各線のように示される。

4. 流速分布

レイノルズ数  $Re$  が  $Re \geq 3 \times 10^4$  の不等流区間の skimming flow<sup>1)</sup> の流速  $u$  は次の関係で整理されるものと考えられる<sup>3),9)</sup>。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (5)$$

ここに、 $u_{0.9}$  は  $y=y_{0.9}$  での流速である。(5) 式の関係で実験値を整理すると、不等流区間および擬似等流区間ともに

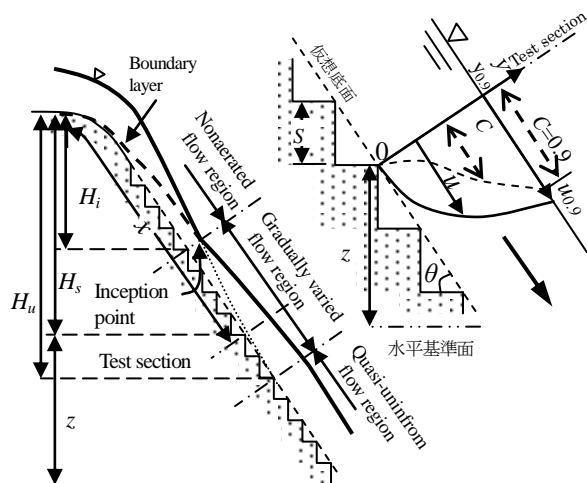


Figure 1. Definition sketch

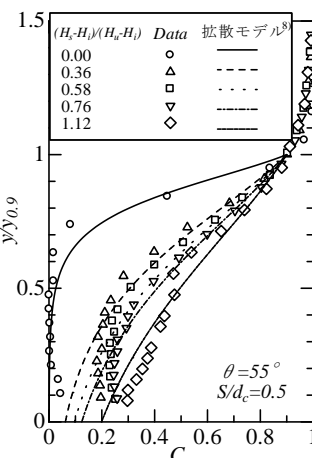


Figure 2. Air-concentration distribution

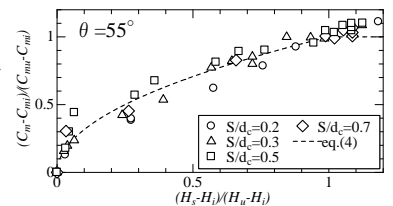


Figure 3. Average air-concentration ratio

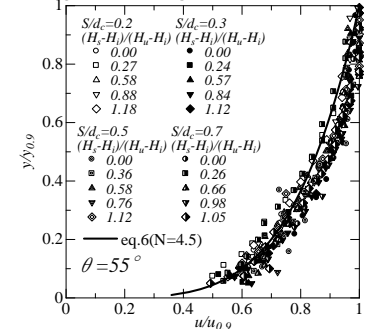


Figure 4. Velocity distribution

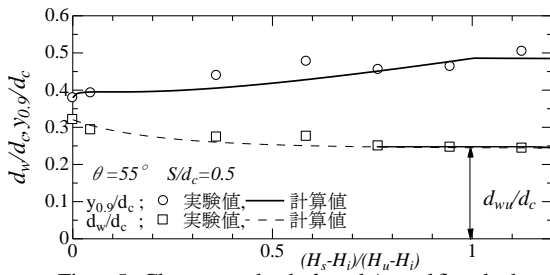


Figure5. Clear water depth  $d_w$ , and Aerated flow depth  $y_{0,9}$

流速分布は  $S/d_c$  および  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  によらず  $1/N$  乗則[(6)式]で示され,  $N=4.5$  で近似される(図-4 参照).

$$\frac{u}{u_{0,9}} = \left( \frac{y}{y_{0,9}} \right)^{1/4.5} \quad (6)$$

(6)式より,  $\theta=55^\circ$  の Skimming flow<sup>1)</sup>の空気混入流の流速分布が擬似等流, 不等流の両区間に対して予測可能となった.

### 5. 空気混入流の不等流区間の水面形

階段状水路における Skimming flow<sup>1)</sup>の空気混入流の不等流区間の水面形を求める式は高橋・大津によって(7)式<sup>9)</sup>が示されている.

$$\frac{dd_w}{dx} = \sin \theta \frac{d_w^3 - d_{wu}^3}{C_p d_w^3 \cos \theta - C_v d_c^3} \quad (7)$$

ここに,  $d_w$  は clear water depth [ $d_w=(1-C_m)y_{0,9}$ ],  $d_{wu}$  は擬似等流区間の clear water depth,  $C_p$  および  $C_v$  は(8)式に示されるように  $C$  分布と  $u/u_{0,9}$  分布から求められる補正係数<sup>1),2),6)</sup>であり, 空気混入の影響を表している.

$$C_p = \frac{\int_0^1 (1-c)y + \int_0^1 (1-c)uY U dY}{\left(1 - \int_0^1 c dY\right) \int_0^1 (1-c)u dY}, \quad C_v = \frac{\left(\int_0^1 (1-c)u^2 dY\right)^2}{\left[\int_0^1 (1-c)u dY\right]^3} \quad (8)$$

ここに,  $Y=y/y_{0,9}$ ,  $U=u/u_{0,9}$  である. また, 流速分布を  $1/4.5$  乗則[(6)式], 空気混入率分布を気泡の拡散モデルで近似することにより,  $C_p$  および  $C_v$  を求めることが出来る. なお, 空気混入していない場合( $C=0$ )は  $C_p=1$ ,  $C_v=\alpha$  ( $\alpha$ : エネルギー係数)となる.  $\theta$  が小さく  $[\sin \theta \approx \tan \theta = i$  (水路勾配)]  $\alpha=1$  の場合, (7)式は広長方形断面水路の水面形方程式に一致する.

流れは射流であるため, 境界条件としては inception point の clear water depth  $d_{wi}$ ,  $C_{mi}$  および  $H_i$  を与え, 下流側に向かって(7)式を数値積分すると不等流区間の clear water depth  $d_w$  が求まる. ここでは, 不等流区間の  $C_m$  を(4)式から求め, 空気混入率分布を気泡の拡散モデル<sup>8)</sup>, 流速分布を  $1/4.5$  乗則で近似[(6)式]し,  $C_p$  および  $C_v$  を求め, (7)式によって  $d_w$  を計算した(図-5). 図に示されるように, 計算値は実験値とほぼ一致している. また, 計算によって得られた clear water depth  $d_w$  と(4)式によって求められた  $C_m$  と  $d_w=(1-C_m)y_{0,9}$  を用いると  $y_{0,9}$  が得られる. 図-5に示されるように, 計算値と実験値の  $y_{0,9}/d_c$  はほぼ一致している.

Inception point の  $d_{wi}$ ,  $C_{mi}$  および  $H_i$  については, Boes and Hager の実験式<sup>10)</sup>と今回の実験結果とがほぼ一致していることを確認できた. そこで  $S/d_c$  が  $d_w$  と  $y_{0,9}$  に与える影響を知るため,  $d_{wi}$ ,  $C_{mi}$ , および  $H_i$  の値には Boes and Hager の実験式<sup>10)</sup>,  $d_{wu}$ ,  $C_{mv}$ , および  $H_u$  の値には高橋・大津の実験式<sup>1),6)</sup>を用い, 不等流区間の  $C_m$  を(4)式から求め, 空気混入率分布を気泡の拡散モデル<sup>8)</sup>, 流速分布を  $1/4.5$  乗則で近似し,  $C_p$  および  $C_v$  を求め, (7)式を数値積分し,  $d_w$  および  $y_{0,9}$  を求めると  $S/d_c$  毎に図-6 の各線が得られる. 図-6 より  $\theta=55^\circ$  の不等流区間 [ $(H_s-H_i)/(H_u-H_i) < 1$ ] では,  $d_w/d_c$  および  $y_{0,9}/d_c$  は与えられた  $S/d_c$  に対して  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  の増加にともない大きくなる. さらに,  $0.5 \leq S/d_c \leq 1.0$  [ $= (S/d_c)_s$ ;  $(S/d_c)_s$  は Skimming flow<sup>1)</sup>となる上限の  $S/d_c$ ] の範囲で与えられた  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  に対して  $d_w/d_c$  および  $y_{0,9}/d_c$  は  $S/d_c$  によらず一定となる. また,  $S/d_c < 0.5$  の場合  $d_w/d_c$  およ

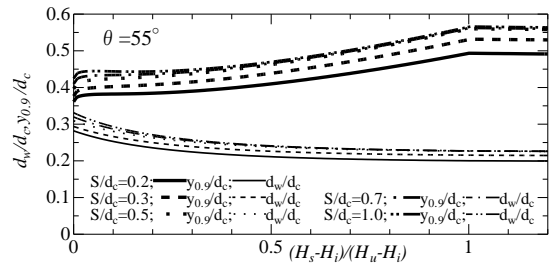


Figure6. Change by  $S/d_c$  of  $d_w$  and  $y_{0,9}$

び  $y_{0,9}/d_c$  は与えられた  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  に対して  $S/d_c$  の増加にともない大きくなる. さらに,  $0.5 \leq S/d_c \leq 1.0$  [ $= (S/d_c)_s$ ;  $(S/d_c)_s$  は Skimming flow<sup>1)</sup>となる上限の  $S/d_c$ ] の範囲で与えられた  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  に対して  $d_w/d_c$  および  $y_{0,9}/d_c$  は  $S/d_c$  によらず一定となる.

### 6. まとめ

水路傾斜角度  $\theta=55^\circ$  の階段状水路における不等流区間の Skimming flow<sup>1)</sup>に対して aerated flow の空気混入率分布, 流速分布および空気混入流水深を明らかにした. 以下に本研究の結論を要約して示す.

- 不等流区間の断面平均空気混入率  $C_m$  は(4)式で示される. また, 空気混入率  $C$  の分布は(4)式と Chanson による気泡の拡散モデル<sup>8)</sup>によって求められる(図-2). 断面平均空気混入率  $C_m$  は inception point から下流側では増加し, 擬似等流状態区間で一定値をとる.
- 流速分布は  $1/4.5$  乗則[(6)式]で近似でき,  $S/d_c$  や  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  の影響を受けないことを示した.
- (7)式より不等流区間の clear water depth  $d_w$  と空気混入流水深  $y_{0,9}$  を表示した. また, 空気混入流水深  $y_{0,9}$  は inception point よりも下流側では流下距離の増加に伴い大きくなり, 擬似等流区間では一定値になることを示した.
- $\theta=55^\circ$ ,  $S/d_c=0.2 \sim 1.0$  [ $= (S/d_c)_s$ ] のとき, 空気混入流の水面形状を求め, 水面形状に対する  $S/d_c$  の影響が示された.
- $\theta=55^\circ$  で  $S/d_c < 0.5$  の場合,  $S/d_c$  が大きくなると  $d_w/d_c$  および  $y_{0,9}/d_c$  は大きくなる. また,  $0.5 \leq S/d_c \leq 1.0$  [ $= (S/d_c)_s$ ] では, 与えられた  $(H_s-H_i)/(H_u-H_i)$  に対して  $d_w/d_c$  および  $y_{0,9}/d_c$  の値は  $S/d_c$  によらず一定値となる.

### 参考文献

- [1] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M. "Flow Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 130, No. 9, pp. 860-869, 2004.
- [2] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M. "Energy Head of Aerated Flows in Stepped Channels", *Proc. the 31<sup>st</sup> IAHR Cong.*, IAHR, pp. 2890-2899, 2005.
- [3] 高橋, 安田, 大津. "階段状水路における空気混入射流に対するレイノルズ数の影響", *水工学論文集*, 土木学会, 第 50 巻, pp. 871-876, 2006.
- [4] Takahashi, M., Yasuda, Y., and Ohtsu, I. "Characteristics of Aerated Flows in Skimming, Transition, and Nappe Flows", *Proc. the 32<sup>nd</sup> IAHR Cong.*, CD-ROM, 2007.
- [5] 高橋, 安田, 大津. "階段状水路における空気混入流特性", *水工学論文集*, 土木学会, 第 52 巻, pp. 787-792, 2008.
- [6] 高橋, 大津. "階段状水路の空気混入流特性に対する水路傾斜角度の影響", *水工学論文集*, 土木学会, 第 54 巻, pp. 1057-1062, 2010.
- [7] Boes, R. M. and Hager, W. H. "Hydraulic Design of Stepped Spillways", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 129, No. 9, pp. 671-679, 2003.
- [8] Chanson, H. : *The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways.*, AA. Balkema, Lisse, The Netherlands, 2000.
- [9] 高橋, 大津. "階段状水路における不等流区間の空気混入流特性", *水工学論文集*, 土木学会, 第 55 巻, pp. 1123-1128, 2011.
- [10] Boes, R. M. and Hager, W. H. : "Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 129, No. 9, pp. 671-679, 2003.