

連分数法を用いた不均質媒質による電磁波の反射特性

Reflection Characteristics of Electromagnetic Waves by Inhomogeneous Media Using a Continued Fraction Method

○神部 心吾<sup>1</sup>, 尾崎 亮介<sup>2</sup>, 山崎 恆樹<sup>2</sup>

\*Shingo Kanbe<sup>1</sup>, Ryosuke Ozaki<sup>2</sup>, Tsuneki Yamasaki<sup>2</sup>

Abstract: Analysis of electromagnetic waves through a Inhomogeneous medium, by solving a matrix equation, there is a solution by the continued fraction. This paper analyzed the reflective properties of heterogeneous media using a multilayer division method. Comparison of results and analysis by matrix continued fraction method.

1. はじめに

不均質媒質による電磁波の散乱の解析法としては、従来から行列法(Matrix Method 以下 MM)による解法が知られているが、連分数法(Continued Fraction Method 以下 CFM)も有力な解法の一つである。

本文では不均質媒質の反射特性を連分数解法と行列解法を用いて解析し、両解法の結果を比較する。

2. 解析法

2-1. 連分数法による解法<sup>[1]</sup>

本文で検討する不均質媒質の構造は、図 1 に示すような領域  $S_1, S_3$  が真空領域 ( $\epsilon_0, \mu_0$ ), 領域  $S_2 (\epsilon_z, \mu_z)$  は不均質に変化する媒質である。この領域  $S_2$  を多層に分割し連分数法を用いた解析を行う。

本文では、TM 波(図 1 において磁界が y 方向成分のみを持つ場合)を領域  $S_1$  から入射角  $\theta_1$  で入射した場合の定式化を示す。なお時間因子は  $\exp(j\omega t)$  として以下省略とする。入射波を次式の平面波とする。

$$H_y^{(i)} = H_0 e^{-jk_0(\sin\theta_1 x + \cos\theta_1 z)} \quad (1)$$

但し、 $k_0 \triangleq \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

領域  $S_2$  は  $1 \sim n$  層へ分割しそれぞれの媒質の誘電率、透磁率の平均値をそれぞれの媒質の係数とする。領域  $S_2$  内の境界条件は次式ようになる。

$$A_n e^{j(-K_n d_n)} + B_n e^{j(K_n d_n)} = A_{n+1} e^{j(-K_{(n+1)} d_n)} + B_{(n+1)} e^{j(K_{(n+1)} d_n)} \quad (2)$$

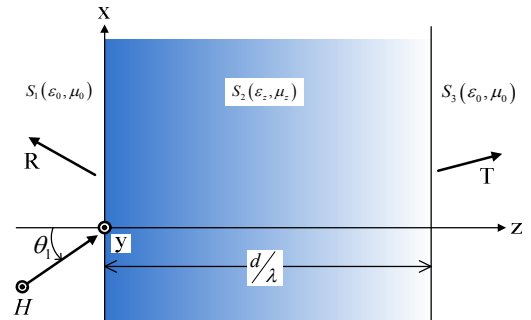
但し、 $K_n = k_n \cos\theta_n$   $A_n$  は各層の透過波、 $B_n$  は反射波を示す。ここで、

$$R_{n(n+1)} = \frac{1 - (\epsilon_n K_{(n+1)} / \epsilon_{(n+1)} K_n)}{1 + (\epsilon_n K_{(n+1)} / \epsilon_{(n+1)} K_n)} \quad (3)$$

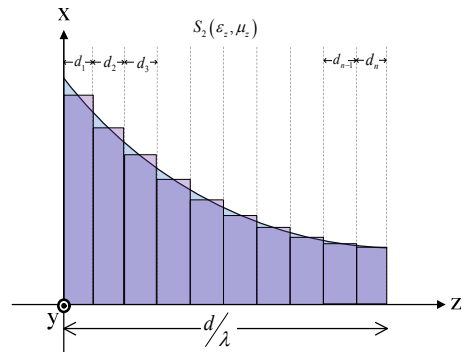
と定義すると、式(2)(3)より次式を得られる。

$$\frac{B_n}{A_n} = \frac{e^{-2j(K_n d_n)}}{R_{n(n+1)}} + \frac{[1 - (1/R_{n(n+1)})^2] e^{-2jK_{(n+1)} d_n - 2jK_n d_n}}{(1/R_{n(n+1)}) e^{-2j(K_{(n+1)} d_n)}} + \frac{B_{(n+1)}}{A_{(n+1)}} \quad (4)$$

領域  $S_3$  において  $B_{n+1} = 0$  であるから式(4)の連分数により反射係数  $R_{TM}$  を得られる。



(a) Structure and coordinate system



(b) Distribution of permittivity  $\epsilon_z$  and permeability  $\mu_z$

Fig.1 Inhomogeneous Media

2-2. 行列法による解法<sup>[2]</sup>

式(2)を行列式に直し以下のように定義する。

$$X_m = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a_m & b_m \\ c_m & d_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$a_m = \left( 1 + \frac{\epsilon_n k_{n+1} \cos\theta_{n+1}}{\epsilon_{n+1} k_n \cos\theta_n} \right) e^{j(k_n d_{n-1} \cos\theta_n - k_{n+1} d_{n-1} \cos\theta_{n+1})} \quad (6)$$

$$b_m = \left( 1 - \frac{\epsilon_n k_{n+1} \cos\theta_{n+1}}{\epsilon_{n+1} k_n \cos\theta_n} \right) e^{j(k_n d_{n-1} \cos\theta_n + k_{n+1} d_{n-1} \cos\theta_{n+1})} \quad (7)$$

$$c_m = \left( 1 - \frac{\epsilon_n k_{n+1} \cos\theta_{n+1}}{\epsilon_{n+1} k_n \cos\theta_n} \right) e^{j(-k_n d_{n-1} \cos\theta_n - k_{n+1} d_{n-1} \cos\theta_{n+1})} \quad (8)$$

$$d_m = \left( 1 + \frac{\epsilon_n k_{n+1} \cos\theta_{n+1}}{\epsilon_{n+1} k_n \cos\theta_n} \right) e^{j(-k_n d_{n-1} \cos\theta_n + k_{n+1} d_{n-1} \cos\theta_{n+1})} \quad (9)$$

領域  $S_2, S_3$  の境界面では領域  $S_3$  からの反射が無い為行列式  $X_n$  の  $b, d = 0$  となる。式(6)(7)(8)(9)より

1: 日大理工・院(前)・電気 2: 日大理工・教員・電気

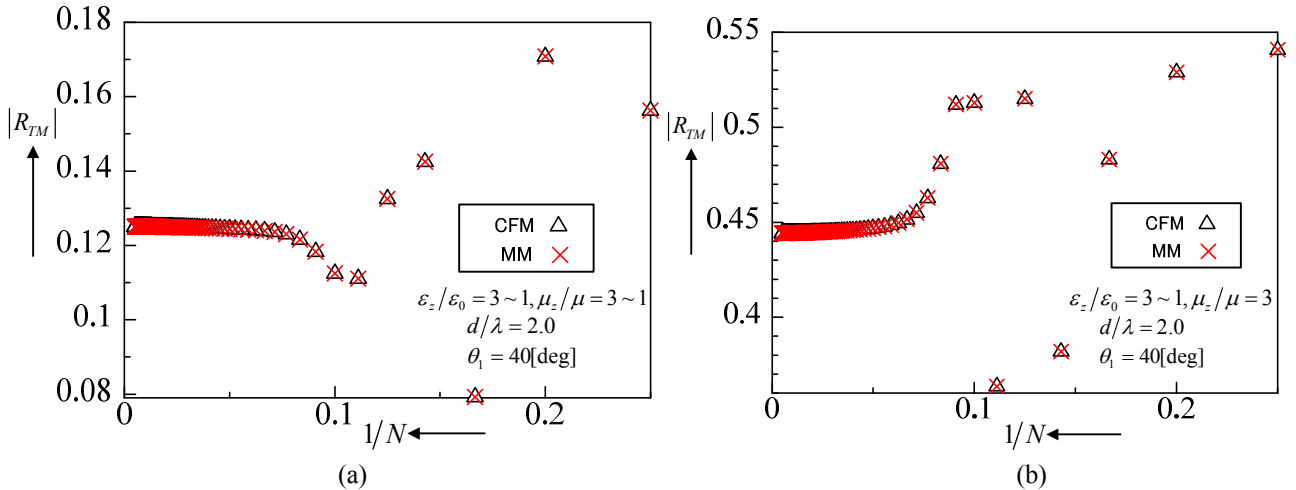


Fig.2 Convergence of Reflection coefficients  $|R_{TM}|$  for.  $1/N$ .

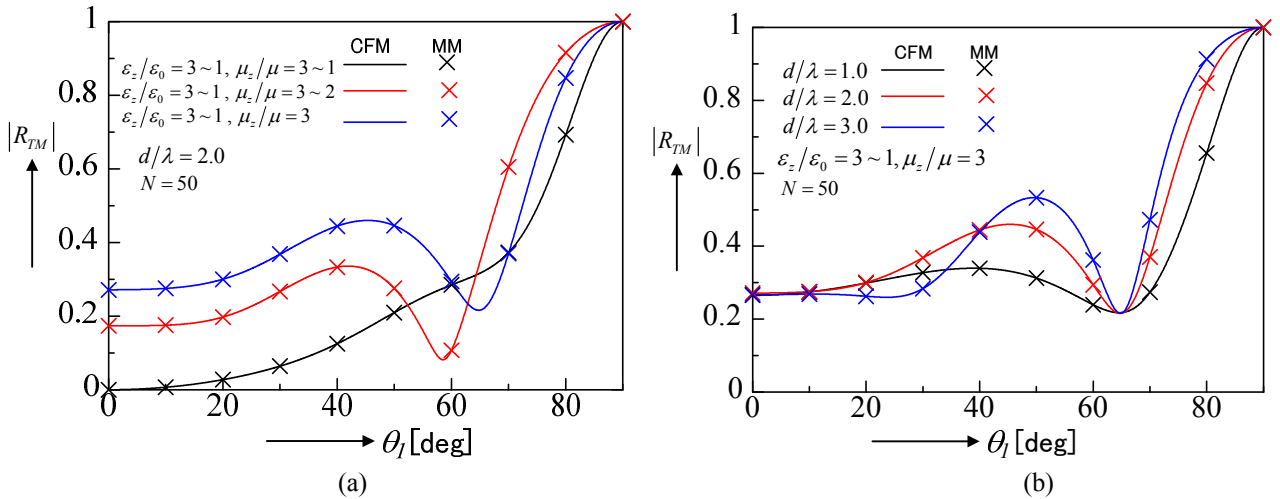


Fig.3 Reflection coefficients  $|R_{TM}|$  vs. incident angle  $\theta_1$  for the case of  $\mu_z/\mu_0$  and  $d/\lambda$ .

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left( \prod_{m=1}^{n-1} X_m \right) \begin{bmatrix} a_n & 0 \\ c_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

となり、反射係数  $R_{TM}$  得られる。

### 3. 数値結果

図 2 は領域  $S_2$  の比誘電率  $\epsilon_z/\epsilon_0$ ，比透磁率  $\mu_z/\mu_0$ ，媒質の厚み  $d/\lambda$  を一定，入射角  $\theta_1 = 40[\text{deg}]$  とした場合に分割数  $N$  に対する反射係数  $|R_{TM}|$  の結果である。「 $\Delta$ 」は連分数法による解析結果，「 $\times$ 」が行列法による解析結果である。図 2(a),(b) どちらも連分数法と行列法の結果がよく一致している。

図 3 は図 2 の結果より分割数を  $N = 50$  一定とし，入射角  $\theta_1$  に対する反射係数  $|R_{TM}|$  の結果である。実線が連分数法による解析結果，「 $\times$ 」が行列法による解析結果である。

図 3(a) は厚み  $d/\lambda = 2$ ，指数関数的に変化する比誘電率を  $\epsilon_z/\epsilon_0 = 1 \sim 3$  とし，比透磁率を  $\mu_z/\mu_0 = 1 \sim 3$ ， $\mu_z/\mu_0 = 2 \sim 3$ ， $\mu_z/\mu_0 = 3$  とした変化させた場合の解析結果である。

図 3(b) は図 3(a) の比透磁率  $\mu_z/\mu_0 = 3$  とした結果から，厚み  $d/\lambda$  を変化 ( $d/\lambda = 1, 2, 3$ ) させた場合の解析結果である。図 2，図 3 より以下の事がわかる。

- (1) 図 2 において，連分数法と行列法の解析結果がよく一致していることから，どちらの解析法でも精度よく反射係数  $|R_{TM}|$  を求められていることがわかる。
- (2) 図 3 において，連分数法と行列法の解析結果がよく一致していることから，本文の不均質媒質の構造では分割数  $N = 50$  で精度よく求められることがわかった。

### 4. まとめ

本文では不均質媒質の反射特性を連分数解法と行列解法を用いて解析し，両解法の結果を比較し，一致することを示した。今後は領域  $S_2$  が周期的な構造となっている媒質の解析を検討していく予定である。

### 5. 参考文献

[1] JIN AU KONG : Electromagnetic Wave Theory, EMW Publishing Cambridge, Massachusetts, USA, pp.384-389,2008.  
 [2] 細野 敏夫 : 電磁波工学の基礎, 昭晃堂