

凸包を用いた複数経路探索問題の一解法

An Algorithm by Convex-hull for a Multi-route Searching Problem

村上 直哉¹, 星野 貴弘², 浜松 芳夫²

Naoya Murakami¹, Takahiro Hoshino², Yoshio Hamamatsu²

Abstract: This paper deals with a Multi-route searching problem. This problem is one of the combinatorial optimization problem finding the total mileage of vehicles. We propose a method with Convex hull insertion as an approximate method for this problem. The convex hull insertion is a convex polygon of minimum area containing all the given set of cities. We compare the solution of the proposed method with the solution of Genetic Algorithm(GA). We discuss the accuracy of the proposed method. As a result, the proposed method finds shorter routes than GA.

1. はじめに

本研究は、組合せ最適化問題の一つである複数経路探索問題を対象とする。複数経路探索問題とは、複数の車両によって与えられた都市すべてを通過する経路の組合せの中から最短経路を求める問題である。このような複数経路探索問題は、利用者の要求に応じて運行するデマンドバスにおける配車計画を立てる上で重要となる。デマンドバスの運行には、限られた車両数で利用者の希望を満し、かつ、短時間で目的地まで運ぶための最適な経路を決めることが重要となる。このような組合せ最適化問題において、最適解の導出時間は都市数の増加に伴い長くなる。このような背景から筆者らは、経路探索問題における近似解法について研究を行ってきた^[1]。

組合せ最適化問題を解く方法として凸包^[2]を用いたものがある。凸包とは、与えられた点の集合に対して、それらをすべて含む最小面積の凸多角形のことである。凸包における境界上の都市の順序は、巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem:TSP)の最適巡回路においても維持されることが分かっている。そこで本研究では、凸包を用いることで高精度かつ計算時間の短い近似解法を提案する。また、組合せ最適化問題の解法としてよく用いられる遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm:GA)を用いた際の解と提案手法の解を比較し、提案手法の有効性を検討する。

2. 問題の設定

Fig.1 に都市配置の一例を示す。本研究では、複数の車両が始発地点 S を出発し、各都市を訪問して乗客を乗せ、目的地 G へ運ぶものとする。都市数を n 、各車両の最大乗車人数を m 人としたとき、必要な車両数 c は、 $c = \lceil n/m \rceil$ となる。各車両の走

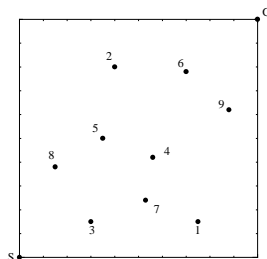


Fig. 1: Layout of cities.

行距離を x_i (ただし $i=1,2, \dots, c$) とすると走行距離の総和 X は、

$$X = \sum_{i=1}^c x_i \tag{1}$$

となる。 X が最小となる経路を準最適解とする。

3. 提案手法

提案手法は都市群の分割と経路決定の 2 つの部分から構成される。都市群の分割は、各車両が訪問する都市を決めることである。経路決定は、都市群の分割によって決まった都市の訪問順序を決めることである。

3.1 都市群の分割

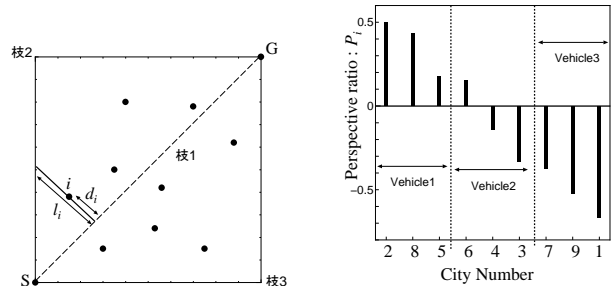


Fig. 2: Perspective ratio. Fig. 3: Perspective ratio of each city.

Fig.2 において、始発地点 S から目的地 G までをつなぐ破線を枝 1 とし、S から G までの外周をそれぞれ枝 2、枝 3 とする。着目する都市 i から枝 1 へ引いた垂線の距離を d_i とする。次に、枝 2(または枝 3) から都市 i を通り枝 1 への垂線の距離を l_i とする。 d_i, l_i を用いて P_i を、

$$P_i = \frac{d_i}{l_i} \tag{2}$$

と定義する。ただし、都市 i が枝 1 の左側にある場合を正、右側を負とする。この P_i は、都市 i がどの程度枝 1 から離れているのかを表す指標であり、遠近率と呼ぶこ

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

とにする。(2) 式より, 遠近率の値は, S-G を結ぶ最短経路上では 0, 最長経路上では ± 1 となる. 具体例として Fig.1 の都市配置に対し, 遠近率を求め, 左から降順にソートしたものを Fig.3 に示す. いま, 最大乗車人数を 3 人とすると必要な車両数は 3 台となる. Fig.3 より, 9 都市を左から 3 都市ずつに分割し, 各車両が訪問する都市を決定する.

3.2 経路決定

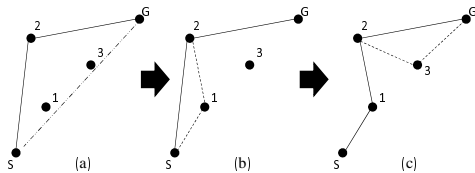


Fig. 4: Convex Hull Insertion.

都市群の分割によって振り分けた都市の訪問順序を凸包を用いた手法により決定する. Fig.4 に経路決定方法の一例を示す. まず, 各都市の凸包を求め, 凸包の辺から枝 SG を除いた経路を初期の部分経路とする. Fig.4 では (a) の実線部が初期部分経路となる. 部分経路にない都市の追加は次の通りである. (1) 部分経路上の連続した都市を i, j とし, 経路上にない都市を k とするとき, 追加コスト $(C_{ik} + C_{kj} - C_{ij})$ を最小とする都市間 i, j を求める. (2) 求めた都市 i, j, k の組について, $\min(C_{ik} + C_{kj}) / C_{ij}$ となる都市 k を挿入する. Fig.4 では, (1),(2) の手順により都市 S-2 間に都市 1 が挿入され, 新たな経路は (b) となる. 以上の追加操作を各車両が訪問するすべての都市が部分経路に追加されるまで行う.

4. 数値実験

提案手法の有効性を検討するために, GA によって求めた解を用いて比較を行う. GA とは, 生物の進化過程を模倣した学習的アルゴリズムである. 30 の都市をランダムに配置した 50 種類の異なった都市配置の問題について検討する. 初期条件として, 最大乗車人数 m を 10 人, 車両数 c を 3 台とする. GA のパラメータは, 最大世代数を 10000, 交叉率を 0.7, 突然変異率を 0.05 とする. 各都市配置における GA により得られた総経路長 L_{GA} を基準とし, 提案手法による総経路長を L_{PM} としたとき, 解の精度比 ε を,

$$\varepsilon = \frac{L_{PM}}{L_{GA}} \quad (3)$$

と定義する. その結果を Fig.5 に示す.

Fig.5 より, 提案手法では, 50 例中 44 例において GA の解に比べて良好な解を得られた. ここで, 都市配置 # 7 の $\varepsilon=0.80$ の例について, その経路の違いを具体的に検討する.

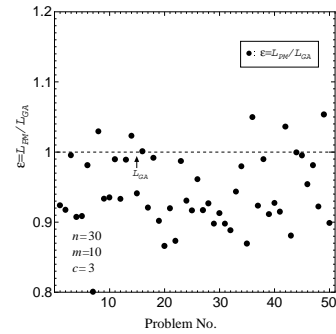


Fig. 5: Comparison with GA.

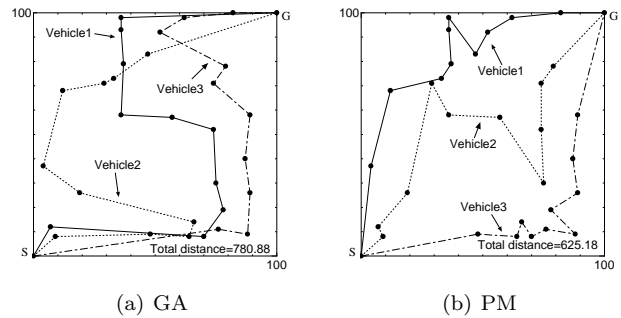


Fig. 6: Result.

都市配置 # 7 の経路探索結果を Fig.6 に示す. このとき, (a) は GA による結果, (b) は提案手法 (PM) による結果である. Fig.6(a) の GA を用いた結果は, 各車両の経路が交差してしまい, 走行経路が長くなっている. Fig.6(b) の提案手法は, 遠近率によって経路の交差がない. また, 凸包を用いることにより各車両の経路は, GA に比べて効率的になっている. 以上により, 提案手法は GA よりも効率が良いことがわかる.

また, GA を用いた場合, 1 問題あたりの平均計算時間は 244.08[s], 約 4 分であったのに対し, 提案手法は約 0.029[s] と 1 秒以下で解を求めることができた.

5. まとめ

本研究では, 複数経路探索問題の一解法として凸包を用いた手法を提案した. ランダムに配置された 30 都市問題に対して, GA と提案手法を比較した結果, 解の精度は提案手法の方が良かった. また, 計算時間も 1 秒以下で求めることができた. このことより, 凸包を用いた提案手法は精度が良く, 計算時間も短いことから有効であると考えられる. しかし, Fig.5 より, 若干ではあるが提案手法のほうが GA よりも精度が劣っている場合がある. これは都市群の分割によって経路の探索が制限されているためと考えられる. よって, さらに有効な都市群の分割方法について検討することが今後の課題である.

参考文献

- [1] 村上直哉, 星野貴弘, 浜松芳夫: 「幾何学的情報を用いた複数経路探索問題の一解法」, 電気学会研究会資料 ITS 研究会, ITS-11-16, pp.1-4(2011)
- [2] E.L.Lawler, J.K.Lenstra: "The Traveling Salesman Problem", John Wiley and Sons(1985)