

超弦理論における Wilson loop 演算子 Wilson loop operators in superstring theory

○江成隆之¹, 三輪光嗣²*Takayuki Enari¹, Akitsugu Miwa²

Abstract : AdS/CFT correspondence is a conjecture that claims the duality between $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills theory and type IIB superstring theory on $AdS_5 \times S^5$ background. We review extending Wilson loop operators to super Yang-Mills theory in the context of AdS/CFT correspondence.

1. 導入

物質を構成する素粒子は、大別するとレプトンとハドロンに分けられる。ハドロンはクォークから構成されており、これをよく記述する理論として QCD (量子色力学) がある。

実験によれば、クォークを単独で取り出すことは出来ない。これをクォークの閉じ込めとよぶ。

クォークの閉じ込めを理論的に説明するため、Wilson loop とよばれる次のような演算子を導入する。

$$W_C = \text{tr} \mathcal{P} \exp \left(\oint_C i A_\mu dx^\mu \right) \quad (1)$$

ここで積分路 C はクォークの伝播する経路として選び、 A_μ はゲージ場 (グルーオン)、 \mathcal{P} は演算子を積分路を辿る順に並べるという意味の記号、トレースはゲージ群の基本表現に関してとっている。

(1) の期待値は、 A を積分路 C が作る領域の面積、 T を弦の張力として

$$\langle W_C \rangle \sim e^{-TA} \quad (2)$$

となることが予想できる。何故ならば、 e^{-TA} はクォークの伝播関数に掛かる因子である。従って、 A が十分大きくなると伝播関数は 0 になり、クォークは伝播しなくなる。つまり、クォークを単独で取り出すことは出来ない。

この予想に基づいて、 $\langle W_C \rangle$ を実際に計算しなければならないが、クォークの閉じ込めは理論の結合定数が大きな領域における現象なので、これを現在知られている場の理論の解析的な手法で計算することは出来ない。

超弦理論には、一見すると無関係に見える 2 つの事柄が互いに等価であるという、双対性とよばれる性質が多く存在する。そして、 $\langle W_C \rangle$ もこの双対性のひとつ、AdS/CFT 対応を用いることで計算することが出来るのである。

以下の章では超弦理論と AdS/CFT 対応について簡単に触れ、本講演の内容について述べる。

2. 超弦理論

超弦理論とは、物質の究極的な構成要素を 1 次元に広がった物体一弦と考えることを出発点として展開される理論である。弦には様々な振動のモードがあり、それらのモードの違いが、粒子の理論における各素粒子に対応する。その中で最も特徴的なのはグラビトンが必ず存在していることである。故に超弦理論は重力の量子論の候補として考えられている。

また、他の特徴として挙げられるのは、空間の次元が 3 を超えること、すなわち時空の次元が 4 を超えることである。これは理論の整合性からくるもので、超弦理論の時空の次元は 10 (時間 1 次元 + 空間 9 次元) である。我々は現在、3 を超える空間の次元を観測していないから、理論がこのような性質をもつことはある意味で欠点である。しかしながら一方で、この高次元が理論の多様性に寄与していることは確かである。

超弦理論には、弦の他にも重要な役割を果たす存在がある。それは D ブレーンとよばれるもので、空間の特定の方向に広がった膜状の物体である。例えば、D3 ブレーンは空間部分の方向全体のうち、ある 3 つの方向に広がっているものを指す。

D ブレーンの性質を示す一例として、次のようなものがある。D ブレーン (以下、単にブレーンという) には、弦が「張り付く」ことが出来る。すなわち、開いた弦 (輪になっていないゴムひも状の物体) の端点がそれぞれブレーン (膜状の物体) の上に乗っているのである。

いま、1 枚のブレーンに 1 本の弦が張り付いている場合を考える。このときの弦の振動のモードを調べる、つまり、実際に弦を量子化してみると、ブレーン上にあるモードが 4 次元の電磁場のモードと同じ形になっていることが分かる。このことから、ブレーン上に電磁場が「住んで」いることが結論される。

ブレーンは様々な現象を説明するために用いられており、超弦理論は素朴に「弦の理論」というものではなくなっている。

¹ 日大理工・院 (後)・物理 ² 日大理工・教員・物理

3. AdS/CFT 対応

AdS/CFT 対応とは何かということを始めに述べると、4次元の $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills 理論と、 $AdS_5 \times S^5$ を背景とする 10次元の IIB 型超弦理論が等価であると主張する予想である [1]. この予想のもう少し具体的な内容を以下でごく簡単に説明する.

まず、 N 枚の重なった D3 ブレーンを考える. 従って、これらのブレーンが作る時空の次元は 4 である. ここに開いた弦が張り付いていると、ブレーン上には 4次元の $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ super Yang-Mills 理論が存在することが分かる.

その一方で、ブレーンは質量をもっていることから、ブレーンが多数重なるようになると、質量と共に重力が強くなってゆき、周囲の時空を曲げることになる. D3 ブレーンの場合、この曲がった時空は $AdS_5 \times S^5$ —anti de Sitter 時空という負のスカラー曲率をもった時空 (AdS_5) と 5次元球 (S^5) の直積—とよばれるものであり、IIB 型超弦理論の古典解 (超重力理論の解) になっていることが知られている.

ここで気付くことは、ブレーンを 2つの異なる描像で捉えていることである. つまり、同じ N 枚の D3 ブレーンを、一方はゲージ理論、他方は重力理論で記述している. 同じ対象を異なる描像で表現していることから、これらの描像は全く無関係ではなく、むしろ何かしらの関連性があるというのが、AdS/CFT 対応が主張し、予想することである.

4. 超弦理論における Wilson loop 演算子

この章では、AdS/CFT 対応の観点から、 $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills 理論における Wilson loop 演算子の定義を述べる. 詳細は [2], [3], 及び [4] に示されている.

$N + 1$ 枚の D3 ブレーンを重ねて配置し、ここに開いた弦が張り付いていれば、今度は $\mathcal{N} = 4$ $SU(N + 1)$ super Yang-Mills 理論がブレーン上に存在する. ところが、この理論に基本表現の粒子—クォークは存在しない. そこで、 $N + 1$ 枚のブレーンのうちの 1枚を引き離す (図 1 参照). 以下、 N 枚のブレーンを「重なったブレーン」、引き離された 1枚のブレーンを単に「ブレーン」とよぶ.

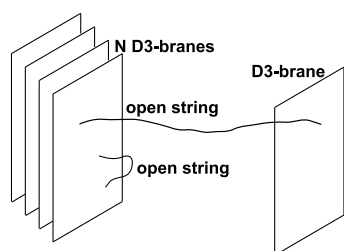


Fig.1 $N+1$ D3-branes and open strings

こうすることで、 $SU(N + 1)$ は $SU(N) \times U(1)$ に破れる. このとき、重なったブレーンに両端をもつ弦は $SU(N)$ のゲージ場とスカラー場を含み、重なったブレーンとブレーンにそれぞれ端をもつ弦の、重なったブレーン側の端点は、基本表現の粒子の働きをする. これは重なったブレーン上にあるスカラー場とも結合するので、このスカラー場を Wilson loop 演算子に含めなければならない. 従って、求めるべき表式は

$$W_C = \text{tr} \mathcal{P} \exp \left(\oint_C i(A_\mu \dot{x}^\mu + i|\dot{x}| \Phi_I \theta^I) ds \right) \quad (3)$$

となる. ここで、積分路の座標 x^μ はパラメーター s で記述されており、その微分をドットで表している. また、 Φ_I はスカラー場、 θ^I は 6次元空間の単位ベクトルを表しており、添字 I は 1 から 6 までの値をとる.

(3) の期待値をどう求めるかという問題に対しては、先行論文 [6],[7],[8] によって示されている. 現在の発表者の研究内容は、(3) の期待値を求める方法について理解することと、これをどういったことに応用出来るか知ることである. 本講演ではこの研究の現状について発表する.

参考文献

- [1] J. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231-252, hep-th/9711220.
- [2] J. Maldacena, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 4859-4862, hep-th/9803002.
- [3] S.-J. Rey and J.-T. Yee, *Eur. Phys. J.* **C22** (2001) 379-394, hep-th/9803001.
- [4] N. Drukker, D. J. Gross, and H. Ooguri, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 125006, hep-th/9904191.
- [5] O. Aharony, S. S. Gubser, J. Maldacena, H. Ooguri, and Y. Oz, *Phys. Rept.* **323** (2000) 183-386, hep-th/9905111, a review of AdS/CFT correspondence.
- [6] J. K. Erickson, G. W. Semenoff, and K. Zarembo, *Nucl. Phys.* **B582** (2000) 155-175, hep-th/0003055.
- [7] N. Drukker and D. J. Gross, *J. Math. Phys.* **42** (2001) 2896-2914, hep-th/0010274.
- [8] V. Pestun, hep-th/0712.2824.