

エラスティカを利用した膜曲面形成手法の提案
 (その1) 単一材のエラスティカ現象について

Proposal of the Form Constitution Method for the Membrane using Elastica
 (Part 1) Elastica behaviour of the single member

○桜井陽子¹, 黒木二三夫², 中西三和³, 北嶋圭二³, 安達洋³

*Youko Sakurai¹, Fumio Kuroki², Mitsukazu Nakanishi³, Keiji Kitajima³, Hiromi Adachi³

Abstract: **Elastica** which produces when axial compression force is made to act on an elastic member is known as an elastic curve showing the large deformation after buckling. In this paper, it is different in form change of Elastica of the single member with which support conditions differ, and compares an experiment and numerical analysis with a classic analytic solution. Moreover, it is the purpose by inserting the flexure member using Elastica in an emulsion side to propose the new curved surface formation method of membrane structure which introduces initial tension to an emulsion side and enables curved surface formation.

1. 序

比較的長尺の弾性棒に軸圧縮力を作用させたとき、弱軸方向の面外へ曲がる、いわゆる**エラスティカ**は座屈後の棒の大きな撓みを表す弾性曲線として、オイラーなどにより古くから弾性学の範囲で研究されてきている。本論では、固定支持による片持ち柱及びピン・ローラー支持された単純梁を対象として、模型実験及び数値解析を行い古典的な解析解との比較を通して、支持条件の異なる単一棒のエラスティカの形状変化の違いを検証する。

一方、膜構造建築では使用される膜材の剛性が低くかつ安定性の観点から、膜面への張力導入が不可欠である。膜構造の構造システムは、張力膜構造、空気膜構造に大別されるが、膜曲面形成に大きく関わる膜面への張力導入手法は、構造システムや建設方法の違いにより Fig.1 に示す方法が一般的である。

本論では、エラスティカを利用した曲げ材（弾性棒）を膜面に挿入することにより、膜面へ初期張力を導入し曲面形成を可能とする、膜構造の新しい曲面形成方法を提案することが目的である。

2. 数値解析概要

本論で用いた数値解析は、曲げモーメント・せん断力・軸力を抵抗要素とする曲げ材（剛節骨組）から成る、立体骨組の幾何学的非線形解析理論に基付いている。「ひずみと変位」の関係は、“微小ひずみ、大変形”となる有限変形理論に立脚しており、Green 歪と Kirchhoff 応力を採用した。

3. 片持ち柱の数値解析および模型実験

エラスティカの性状を追求するため、数値解析では初期不整を与えた初期形状に鉛直荷重を作用させた (Fig.2)。柱頂部の不整量 x_0 が材長 L の $1/30$ となるように、 $x_0/L=1/30\{1-\cos(\pi x/2L)\}$ を与えた。材長 $L=60\text{cm}$ の片持ち柱の座屈荷重 P_{cr} は 0.0326Kgf であるので、ステップ荷重 $P=0.001\text{Kgf}$ とした増分解析を行った。第1種の完全楕円積分を用いたチモシェンコの解析解による変形曲線を Fig.3 に示す。実験では、アクリル製試験体(幅 3cm , 厚さ 2mm)を万力により締め付けて固定端とした。実験結果でのエラスティカ状況を Photo 1 に示す。両者は、良く一致していることが確認された。

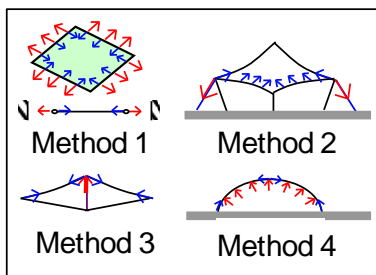


Fig.1 張力導入方法

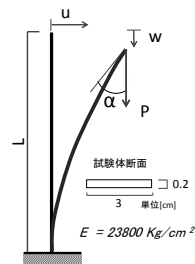


Fig.2 片持ち柱

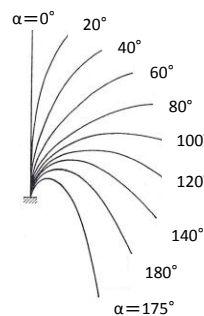


Fig.3 解析解

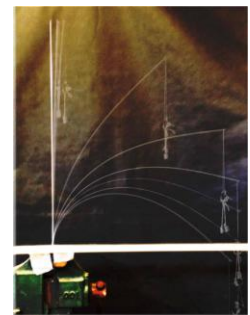


Photo 1 エラスティカの状況

また、解析と実験における荷重と水平変位 (u/L) 及び鉛直変位 (w/L) の関係を、Fig.4 に示す。変位は材長 L で除して無次元化した。荷重 0.05Kgf で u/L は最大値 0.82 から減少の傾向となる。解析と実験は、

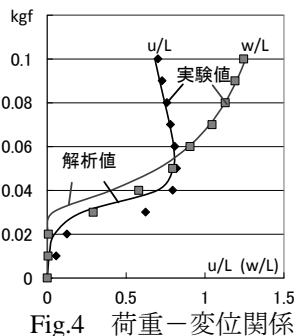


Fig.4 荷重-変位関係

ほぼ同様の傾向を示すことが確認された。

4. 単一梁の数値解析及び模型実験

単純支持梁のエラスティカ解析は、ローラー支点への水平加力によりスパンを段階的に短くしてゆき、指定水平変位でのアーチ形状を目標形状とした解析を行う。1/2 対象の解析モデルを Fig.5 に示す。エラスティカを励起させるため、梁は $Z=Z_0 \cdot \sin(\pi x/L)$ で表される初期不整を与えた (但し、 $Z_0=0.1\text{mm}$ とした)。ステップ荷重は、解の安定性を確保するため、 0.0005Kgf の細かな増分とした。

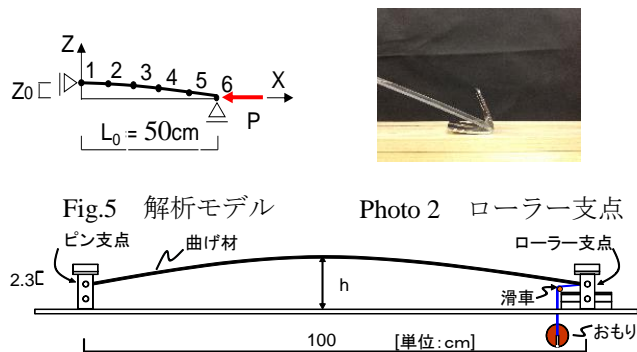


Fig.5 解析モデル

Photo 2 ローラー支点

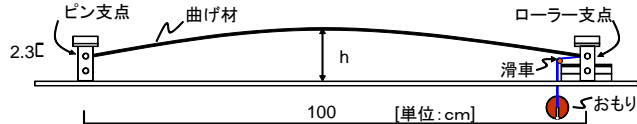


Fig.6 試験体及び装置

試験体及び装置を Fig.6, Photo 2, Photo 3 に示す。試験体には、アルミとアクリルの 2 種類を採用し、スパン $L=100\text{cm}$ を 96.5cm まで段階的に引き込んだ。水平加力は回転軸を持つ移動治具から、梁の内側に設置した滑車を介して錘りを載荷した。材料の構造諸元を Table 1 に示す。



Photo 3 実験装置

5. 結果の考察

Fig.7 に水平変位が 2cm 及び 3.5cm の時の実験時に於けるエラスティカ形状を示す。 2cm 時の水平荷重 P は実験・解析共に 1.3Kgf 近傍で同様であった。 2cm から更に 1.5cm スパンを縮めると、材料による違いは見られず、両者共にライズは約 3cm 上昇する。水平変位 (u) に対する鉛直変位 (w) の増大率を w/u で表したものが、Fig.8 である。水平変位が 2cm 以下の小さな範囲では、鉛直・水平変位のアスペクト比は 4 以上の大きな値であるが、水平変位が増大するに連れ漸的に減少し、最終的には 3 に収斂する傾向が見受けられる。このことにより、曲げ材の材軸方向への僅かな押し込みによりスパンを減少するだけで、材軸と直角方向へ大きく湾曲した形状が得られることが確かめられた。

Table 1 構造諸元

材料	断面 cm * cm	弾性係数 E (Kgf/cm ²)	断面積 A (cm ²)	断面2次モーメント I _y (cm ⁴)
アルミ	3 × 0.2	7×10^6	0.6	0.002
アクリル	3 × 0.2	2.38×10^4	0.6	0.002

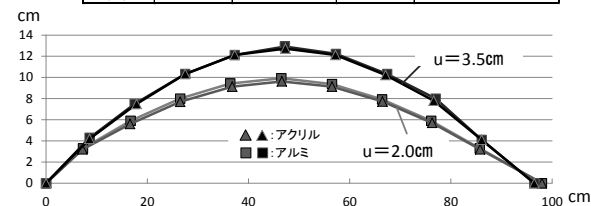


Fig.7 アルミとアクリルのエラスティカ形状の比較

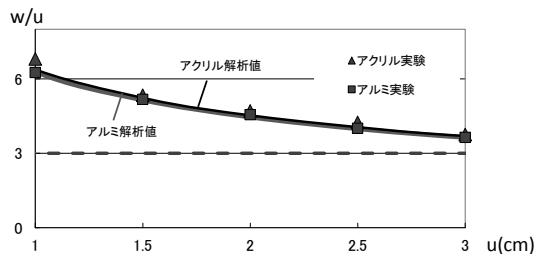


Fig.8 水平変位に対する鉛直変位の倍率

6. 結

単一部材のエラスティカの性状が把握できた。また、曲げ材を膜面に設置する際の、突き上げ量の検定時に有用な情報が得られた。今後は膜材との複合による膜曲面の形成を目標に、実験・解析を進める予定である。想定するドーム状の膜構造を Fig.9 に示す。

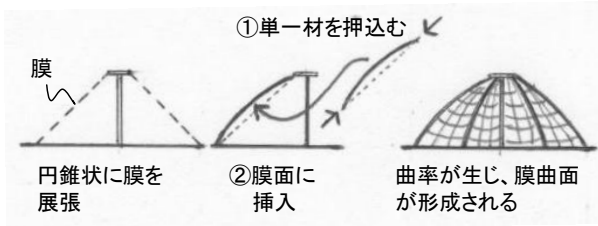


Fig.9 エラスティカを利用した膜構造への展開

【参考文献】

1. 谷資生著：「骨組構造の解析」, 技報堂出版, 1976
2. 日本鋼構造協会編：「吊構造」, コロナ社, 1975
3. 巽友正著：「連続体の力学」, 岩波書店, 1995
4. チモシェンコ・ギアー共著：「弾性安定の理論」, ブレイン図書出版, 1974
5. 木村喜代治：「路線の平面線形へのエラスチカ曲線の応用」, 土木学会論文報告集, 第 330 号, 1983