K7-28

野球ボールの空力・飛行特性に関する研究

Study on the aerodynamic and flight characterisitics of a baseball

○岡　竜平[1]，○田中　優太[1]，安田　邦男[2]
*Ryuhei Oka[1], *Yuta Tanaka[1], Kunio Yasuda[2]

Abstract: The motion of baseball is studied a lot until now. Recently, the influence of seams is discussed. But it is thought that the influence of rotation is bigger than the influence of seams. In this study, it asks for the the inertia force, aerodynamic force and gravity acting on a baseball and to clarify the aerodynamic and flight charasteristic of a baseball by deriving the equation of motion of baseball.

１.はじめに

野球のボールの運動は，今までに多くの研究がなされている．最近では，シーム（縫い目）の影響が議論されている．しかし，ボールの軌道の変化は，縫い目の影響よりボールの回転による影響の方が大きいのではないかと考えた．

本研究では，野球ボールに働く慣性力，空気力及び重力を求め，野球ボールの運動方程式を導出し，解析する事により，野球ボールの空力・飛行特性を明らかにする．

２.野球ボールについて

野球ボールは，日本野球機構統一試合球を用いる．素材は，中心がコルク，その周りにゴム，毛糸，綿が使用され，表面が２枚の天然皮革（牛革）を使用し，綿糸を用いて縫いあわされている．野球ボールの質量 m は144g，直径 d_1 は 72.73mm，縫い目を含む直径 d は75.03mm であるので，縫い目の高さは1.11mm になる．慣性モーメント I は 1.90×10^{-4} kgm^2，投擲速度 U を $130\mathrm{km/h}(=36.11\mathrm{m/s})$ とすると，レイノルズ数 Re は 1.7909×10^5，アスペクト比 Æ は断面が円形であるので1.27 である．

日本野球機構統一試合球を Figure1 に示す．

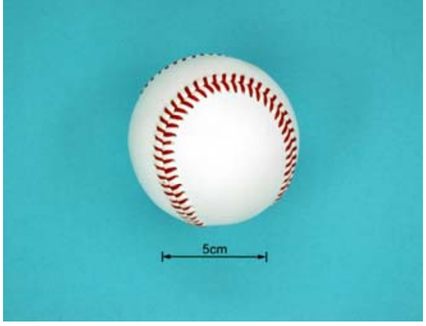

Figure1. baseball

３.理論

野球ボールの空力・飛行特性を求めるために，揚力 L，抗力 D，横力 S を求め，運動方程式を導出する．

３．１　野球ボールの座標変換

慣性座標系 (X,Y,Z)，非回転座標系 (X_0,Y_0,Z_0)，回転座標系 (x,y,z) 及びボールに働く力を Figure2 に示す．

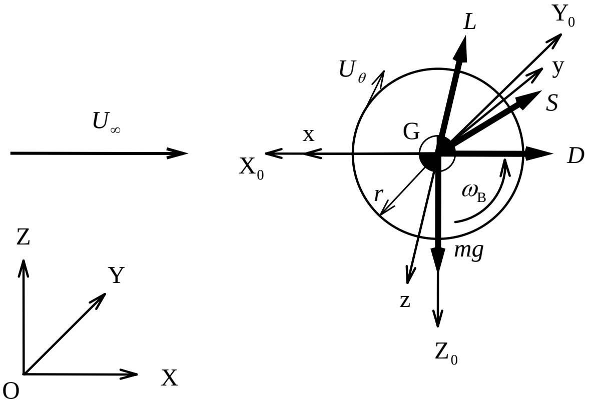

Figure2. inertia, irrotational and rotational coodinate system

慣性座標系 (X,Y,Z) から非回転座標系 (X_0,Y_0,Z_0) への変換は，以下のように示す．

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta\cos\Psi & \cos\Theta\sin\Psi & -\sin\Theta \\ -\cos\Theta\sin\Psi + \sin\Phi\sin\Theta\cos\Psi & \cos\Phi\cos\Psi + \sin\Phi\cos\Theta\sin\Psi & \sin\Phi\cos\Theta \\ \sin\Phi\sin\Psi \;\; \cos\Phi\sin\Theta\cos\Psi & -\sin\Phi\cos\Psi + \cos\Phi\sin\Theta\sin\Psi & \cos\Phi\cos\Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{1}$$

非回転座標系 (X_0,Y_0,Z_0) から回転座標系 (x,y,z) への変換は，以下のように示す．

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\psi + \sin\phi\sin\theta\cos\psi & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\cos\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \sin\phi\sin\psi \;\; \cos\phi\sin\theta\cos\psi & -\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

１：日大理工・学部・航宇　２：日大理工・教員・航宇

回転座標系(x, y, z)における角速度$\boldsymbol{\omega}$は，以下のように示す．

$$\boldsymbol{\omega}=\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dot{\phi}-\dot{\psi}\sin\theta \\ \dot{\theta}\cos\phi+\dot{\psi}\cos\theta\sin\phi \\ -\dot{\theta}\sin\phi+\dot{\psi}\cos\theta\cos\phi \end{pmatrix} \quad (3)$$

ボールそのものの回転における角速度$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B}}$は，ボールの回転数$\boldsymbol{f}$より以下のように示す．

$$\omega_{\mathrm{B}}=2\pi\boldsymbol{f} \quad (4)$$

３．２　運動方程式

ボールの運動方程式は，慣性力$\boldsymbol{F}^{\mathrm{I}}$，空気力$\boldsymbol{F}^{\mathrm{A}}$，重力$\boldsymbol{F}^{\mathrm{g}}$の合計で表す事ができ，以下のように示す．

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{I}}+\boldsymbol{F}^{\mathrm{A}}+\boldsymbol{F}^{\mathrm{g}}=0 \quad (5)$$

３．３　野球ボールに働く力

野球ボールに働く慣性力，空気力，重力を求める．空気力は，揚力$\boldsymbol{L}$よりも抗力$\boldsymbol{D}$が大きく影響するとし，抗力について詳細に求める方法を考えた．

３．３．１　慣性力

回転座標系$(\mathrm{x,y,z})$の原点における加速度$\boldsymbol{a}$は，以下のように表される．

$$\boldsymbol{\alpha}=\dot{\boldsymbol{u}}+\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{r}+\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}+\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}) \quad (6)$$

慣性力$\boldsymbol{F}^{\mathrm{I}}$は，式(６)より以下のように示す．

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{I}}=-m\boldsymbol{a}$$

$$\begin{pmatrix} F_x^{\mathrm{I}} \\ F_y^{\mathrm{I}} \\ F_z^{\mathrm{I}} \end{pmatrix}=-m\left\{\begin{pmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} qu_z-ru_y \\ ru_x-pu_z \\ pu_y-qu_x \end{pmatrix}\right\} \quad (7)$$

ここで$(u_{\mathrm{x}}, u_{\mathrm{y}}, u_{\mathrm{z}})^{\mathrm{T}}$は，回転座標系$(\mathrm{x,y,z})$における速度である．

３．３．２ 空気力

野球ボールに働く空気力$\boldsymbol{F}^{\mathrm{A}}$は, 揚力$\boldsymbol{L}$, 抗力$\boldsymbol{D}$, 横力$\boldsymbol{S}$の和で示す事が出来るので, 以下のように示す.

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{A}}=\boldsymbol{L}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{S} \quad (8)$$

３．３．２．１ 揚力

揚力$\boldsymbol{L}$は, 一様流の速度U_∞, ボール周りの循環Γ_1, ボールの回転による循環Γ_2，単位揚力ベクトル$\boldsymbol{e}_{\mathrm{L}}$より以下のように示す.

$$\boldsymbol{L}=\rho U_\infty(\Gamma_1+\Gamma_2)\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{L}} \quad (9)$$

式(９)における循環強さΓ_1, Γ_2は, 理想流体におけるボールの角速度ω_y，ボールそのものの回転角速度ω_{By}より以下のように示す.

$$\Gamma_1=2\omega_{\mathrm{y}}\pi r^2 \quad (10)$$

$$\Gamma_2=2\omega_{\mathrm{By}}\pi r^2 \quad (11)$$

３．３．２．２ 抗力

抗力$\boldsymbol{D}$は, 圧力抗力$\boldsymbol{D}_{\mathrm{p}}$, 摩擦抗力$\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}$, 誘導抗力$\boldsymbol{D}_{\mathrm{i}}$, の和で示す．圧力抗力係数$C_{D_{\mathrm{p}}}$，摩擦抗力係数$C_{\mathrm{f}}$，誘導抗力係数$C_{\mathrm{i}}$，球の断面積$A$，単位抗力ベクトル$\boldsymbol{e}_{\mathrm{D}}$より以下のように表す事ができる．

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{D}_{\mathrm{i}}$$
$$=\frac{1}{2}\rho U_\infty{}^2 A\left(C_{D_{\mathrm{p}}}+C_{\mathrm{f}}+C_{\mathrm{i}}\right)\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{D}} \quad (12)$$

野球ボールの表面速度U_θは，ボール周りの循環Γ_1，ボールの回転による循環Γ_2より以下のように示す．

$$U_\theta=-2U_\infty\sin\theta-\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2\pi r} \quad (13)$$

Bernoulli の定理より一様流の圧力p_∞と任意の点における圧力pとの差は以下のように示す．

$$p-p_\infty=\frac{1}{2}\rho U_\infty{}^2-\frac{1}{2}\rho\left(-2U_\infty\sin\theta-\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2\pi r}\right)^2 \quad (14)$$

無次元化した値として圧力抗力係数$C_{D_{\mathrm{p}}}$は, 以下のように示す．

$$C_{D_{\mathrm{p}}}=\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$$
$$=1-\left(2\sin\theta+\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2\pi rU_\infty}\right)^2 \quad (15)$$

３．３．２．３ 横力

横力$\boldsymbol{S}$は，回転座標系$(\mathrm{x,y,z})$が傾きθとなると，揚力$\boldsymbol{L}$の成分として以下のように示す．

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{L}\sin\theta \quad (16)$$

３.４　重力

野球ボールに働く重力は，以下のように示す．

$$\boldsymbol{F}^{g}=-m\boldsymbol{g} \quad (17)$$

４.結論

野球ボールの運動方程式を導出した．今後は数値計算により運動方程式を解析することで, 回転の影響について調べる．

５．参考文献

[1]東　昭:「航空力学Ⅰ，Ⅱ」，裳華房，東京，1989,
[2]KATZ and PLOTKIN:
「LOW-SPEED AERODYNAMICS From wing Theory to Panel Methods」，McGraw-Hill，pp69-79，1991,
[3]ROBERT D.BLEVINS:
「APPLIED FLUID DYNAMICS HANDBOOK」,
VAN NOSTRAND REINHOLD，pp338-341，1984,