

モーメント法の高速化に関する一考察

-マルチスレッドを利用した場合-

Acceleration of the Method of Moments

-Using Multi-Thread Processing-

○有馬健太郎¹, 宋バイ¹, 奥田太郎², 岸本誠也², 大貫進一郎³

*Kentaro Arima¹, Bei Zong¹, Taro Okuda², Seiya Kishimoto², Shinichiro Ohnuki³

Abstract: The method of moments can perform electromagnetic simulation for arbitrary targets. Especially, for large scale problems, it is important to achieve high performance computing. In this paper, we investigate hardware acceleration for the method of moments by using the multi-thread processing. The computational time and the speed up rate will be discussed.

1. はじめに

アンテナ設計や静電容量の解析などに、モーメント法が広く用いられる^[1-3]。モーメント法は得られた積分方程式を離散化し、連立一次方程式の求解に帰着する。大規模問題においては方程式の次元数が増加するため、計算時間の点から解析は困難となる。

本報告ではモーメント法による電極間の静電容量計算における高速化について検討を行う。マルチスレッド化による並列処理を行うことにより、計算時間の短縮を試みる。

2. 解析法

Figure 1 に示す、2つの電極からなる(a)平行平板コンデンサ、(b)円筒同軸電極の静電容量をモーメント法により求める。電極上の任意の点(x, y)における電位 V(x, y)は次式により与えられる^[4]。

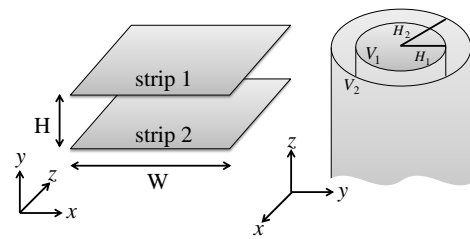
$$V(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \int \rho(x', y') \ln R dx' dy' . \quad (1)$$

ここで、 $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ 、 ρ は電荷密度を示す。式(1)を離散化することで、以下の連立一次方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,2n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{2n,1} & A_{2n,2} & \cdots & A_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{2n} \end{bmatrix} , \quad (2)$$

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{\Delta}{2\pi\epsilon} \ln R_{ij} & i \neq j \\ \frac{\Delta}{2\pi\epsilon} [\ln \Delta - 1.5] & i = j \end{cases} . \quad (3)$$

式(2)において、電極間の電位を設定し、各区分領域の電荷密度 ρ の分布を求める。また電極の静電容量 C_l は、電荷密度 ρ を用いて式(4)で与えられる。



(a)Parallel plate (b) Coaxial cylinder

Figure 1. Analysis object.

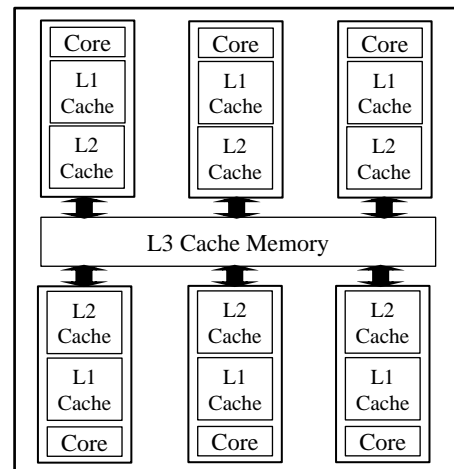


Figure 2. CPU architecture.

$$C_l = \sum_{j=1}^n \rho_j \Delta / V_d . \quad (4)$$

今回、計算に使用した CPU は Intel Core i7-990X Extreme Edition である。これは Figure 2 に示す、6基のコアを持ち、12スレッドで同時実行可能である。本報告では、スレッドを複数使用するマルチスレッドを用いて演算の高速化を行う。モーメント法における計算負荷を効率よく各スレッドに分散し、並列に計算を行う。

1 : 日大理工・学部・電気 2 : 日大理工・院・電気 3 : 日大理工・教員・電気

3. 解析結果

Figure 3(a)に、モーメント法により求めた平行平板コンデンサの電荷密度分布を示す。コンデンサの幅 $W=5.0$ [m]、間隔 $H=2.0$ [m]とし、電極上部に -1.0 [V]、下部に $+1.0$ [V]の電位を与える。電極端部では電荷密度が中心部と比べて強くなることわかる。Figure 3(b)に、同軸円筒電極の電荷密度分布を示す。内側の半径 $H_1 = 1.0$ [m]、外側の半径 $H_2 = 2.0$ [m]とし、内側の電極に -1.0 [V]、外側に $+1.0$ [V]の電位を与える。端部が存在しないため、均一に電荷が分布していることがわかる。

Figure 4 に、分割数に対する厳密解との相対誤差を示す。同軸円筒電極の静電容量の厳密解は式(5)で与えられる。

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{H_2}{H_1}}. \quad (5)$$

分割数 $N = 1000$ における相対誤差は 1.46×10^{-3} 、 $N = 10000$ では相対誤差 1.46×10^{-4} である。またスレッド数 1 とスレッド数 12 の結果は図上で良く一致している。

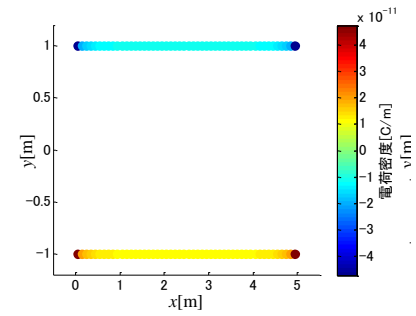
Table 1 に分割数 N に対する計算時間と高速化比を示す。分割数 N が増えるほど、高速化比は上がり、 $N = 20000$ において約 4.6 倍の高速化が可能となる。

4. まとめ

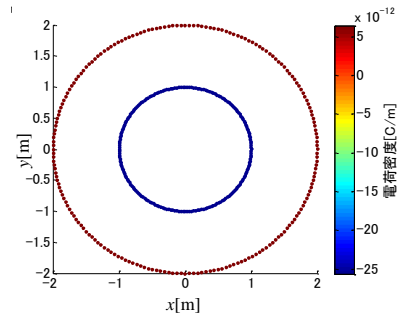
本報告では、モーメント法を用いて、電極の解析を行った。マルチスレッドを用いた計算では、シングルスレッドと比較して、最大で 4.6 倍程度の高速化が可能となることを示した。

5. 参考文献

- [1] R. F. Harrington : Field Computation by Moments Methods, IEEE PRESS, New York, 1993.
- [2] W. C. Gibson : The Method of Moments in Electromagnetics, Chapman & Hall/CRC, 2007.
- [3] A. F. Peterson, S. L. Ray, and R. Mittra : Computational Methods for Electromagnetics, IEEE PRESS, New York, 1998.
- [4] Matthew N. O. Sadiku : Numerical Techniques in Electromagnetics, Second Edition, CRC Press, USA, 2000.



(a) Parallel plate.



(b) Coaxial cylinder.

Figure 3. Charge distribution.

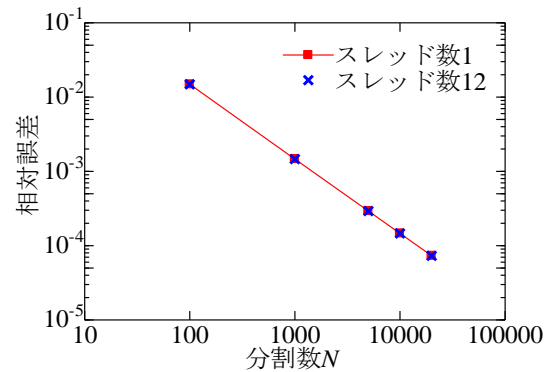


Figure 4. Convergence of the relative error.

Table 1. Computational time.

分割数 N	計算時間[Sec]		高速化比
	スレッド数 1	スレッド数 12	
1000	0.0808	0.0406	1.9909
2500	1.1291	0.3470	3.2540
5000	8.5162	2.1681	3.9280
7500	28.3074	6.6034	4.2868
10000	66.8174	15.3236	4.3604
20000	519.1114	112.5479	4.6124