

個別輸送システム合流部の車両の出力時間分布

Distribution of Time Intervals of Vehicles Passing Through a Merging Section of a PRT System

張 鳳雛<sup>1</sup>, 星野 貴弘<sup>2</sup>, 浜松 芳夫<sup>2</sup>

\*Fengchu Zhang<sup>1</sup>, Takahiro Hoshino<sup>2</sup>, Yoshio Hamamatsu<sup>2</sup>

Abstract: This paper deals with a merging section of the Personal Rapid Transit system. We construct the stochastic model using Markov chain technique. We obtain the distribution of time intervals of vehicles passing through the merging section using the signal flow graph and the z-transform.

1. はじめに

本研究は、新交通システムの一つである個別輸送 (Personal Rapid Transit, PRT) システムの合流部を対象としている。PRT システムとは、コンピュータ制御によって専用ネットワーク上を数人乗りの小型車両が客の要求に応じて出発駅から目的駅までの間を直行するデマンド運行を行うシステムである。PRT システムのネットワーク全体における車両の円滑な運行を行うためには、車両運行密度と合流部間における輻輳現象を定量的に明らかにする必要がある。

合流部を個別輸送システム全体の中の一つのサブシステムとして見た場合、合流部からの出力車両は次の合流部の入力車両となっている。そのため、ネットワーク全体の輻輳解析を行う上で合流部からの車両の出力時間間隔分布を求めることが重要である。本研究では、合流部における車両の出力時間間隔分布を求めるために、まず、マルコフ連鎖<sup>[1]</sup>の手法を用いて数理モデルを構築する。次に、シグナルフローグラフ及びz変換の手法を用いることにより、合流部における車両の出力時間間隔分布<sup>[2]</sup>を明らかにする。

2. 合流部モデル

PRT システムでは車両の運行をつかさどる地上コンピュータ内に実際のガイドウェイと等価なウェイを仮想し、車両に相当する仮想的な点 (Moving Target, MT) が移動する。MT は、前車が異常停止した場合でも、後続車が追突することなく停止できるような一定時間間隔で発生される。各車両は、割り当てられた MT に追従するように制御される。ここでは、合流部近傍での MT 乗り換えを許す準同期制御方式とする。

Fig.1 に本研究で扱う合流部モデルの概略図を示す。車両の到来を検出するチェックポイント (Check Point, CP) CP<sub>0</sub>, CP<sub>1</sub>, CP<sub>2</sub> が、それぞれ設けられている。合流点から CP<sub>1</sub> と CP<sub>2</sub> の距離は等しい。合流点の CP<sub>0</sub> は、どちらの線路からの合流があったかを検出する。また、CP<sub>1</sub>, CP<sub>2</sub> に同時に車両が到来した場合は、車両の衝突

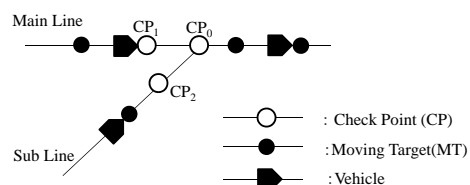


Fig. 1: Schematic diagram of the merging section

を避けるため副線上の車両を待たせる。すなわち、CP<sub>2</sub> 上の車両は後方の MT に乗り換える。

次に、到来する車両について、以下のように仮定する。車両が到来するか否かは、最低車頭間隔  $1\Delta t$  ごとに観測する。単位時間内には最大 1 台の車両しか到来しない。本線上に車両が到来する確率を  $l$  とし、到来しない確率を  $m (= 1 - l)$  とする。同様に、副線上に車両が到来する確率を  $p$  とし、到来しない確率を  $q (= 1 - p)$  とする。

3. マルコフ連鎖

合流部からの車両の出力時間間隔分布を求めるため、出力車両にも着目してマルコフ連鎖の状態定義を行う。本モデルの状態を状態  $(i, j)$  と定義する。  $i$  は観測時点で CP<sub>2</sub> を先頭とする待ち台数を表し、  $j$  は合流点上に CP<sub>0</sub> からの情報により以下のように定義する。

$$j = \begin{cases} 0: & \text{車両の合流がなかった。} \\ 1: & \text{副線の車両が合流した。} \\ 2: & \text{本線の車両が合流した。} \end{cases}$$

$\Delta t$  ごとの各時点に着目し、任意の  $k\Delta t$  から  $(k+1)\Delta t$  の時点までは、マルコフ連鎖の状態はある一つの状態にとどまっていると考える。現時点から次時点への状態推移をまとめると以下ようになる。

1. 状態  $(0,0), (0,1), (0,2)$  からの推移：
  - 本線と副線共に車両が到来しない場合、状態  $(0,0)$  へ推移する。
  - 本線に車両が到来せず、副線に車両が到来する場合、状態  $(0,1)$  へ推移する。
  - 本線に車両が到来し、副線に車両が  $k$  台到来する場合 (但し、  $k = 0, 1, 2, \dots$ )、状態  $(k,2)$  へ推移する。

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

2. 状態  $(i,1),(i,2)$ (但し,  $i = 1, 2, \dots$ ) からの推移:

- ・本線に車両が到来しない場合, 状態  $(i,1)$  へ推移する.
- ・本線に車両が到来し, 副線に車両が  $k$  台到来する場合(但し,  $k = 1, 2, \dots$ ), 状態  $(i+k,2)$  へ推移する.

マルコフ連鎖の極限状態において状態  $(i, j)$  にある確率を  $P_{i,j}$  で表すと, 極限状態確率分布  $\mathbf{P}$  は, (1) 式のように定義される.

$$\mathbf{P} = [P_{0,0}P_{0,1}P_{0,2}P_{1,1}P_{1,2}\dots] \quad (1)$$

また, マルコフ連鎖の推移確率行列を  $\mathbf{R}$  とすれば, 極限状態確率  $P_{i,j}$  は, 以下の二つの式によって算定できる.

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}\mathbf{R}, \quad P_{0,0} + \sum_{i=1}^{\infty} \{(P_{i,1} + P_{i,2})\} = 1 \quad (2)$$

(2) 式を解くことで, 極限状態確率分布は以下のようになる.

$$P_{0,0} = 1 - p - l, \quad P_{0,1} = \frac{p}{qm} P_{0,0}, \quad P_{0,2} = \frac{l}{m} P_{0,0} \quad (3)$$

$$P_{i,1} + P_{i,2} = \frac{p^{i+1}l}{qm^{i+2}} P_{0,0} \quad ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

#### 4. 車両の出力時間間隔分布

合流点での車両の出力に着目して, 出力時間間隔分布を求める. 車両の出力時間間隔分布を求めることは, 数理モデルの各状態を, 出力の有無で状態部分集合  $c_0, c_1$  の二つに分割し, 出力のある状態部分集合  $c_1$  から  $c_1$  への再帰確率を求めることに帰着される.

$$c_0 = \{(0, 0)\} \quad (5)$$

$$c_1 = \{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), \dots\} \quad (6)$$

ここでは, 状態部分集合  $c_0$  への推移にのみ着目して, シグナルフローグラフ (SFG) に変換する. この変換は推移確率に  $z$  を掛けることにより得られる. 状態  $i$  に対応したノード  $i(i \in c_1)$  からノード  $j(j \in c_0)$  へのウォークゲインの総和を  $G_{i,j}(Z)$  で表す. また,  $G_{i,j}(Z)$  の逆変換を  $g_{i,j}(k)$  で表す.

本モデルの状態推移の特徴である  $k\Delta t$  直後における出力車両は,  $(k-1)\Delta t$  直後における出力車両のみに依存することに着目し, 以下に示す手順で解析を行う.

[手順 1]SFG のノード  $(0, 1)$  からノード  $j(j \in c_0)$  とノード  $(0, 2)$  からノード  $j(j \in c_0)$  への  $G_{i,j}(Z)$  は等しくなる. そのため本モデルにおける  $G_{i,j}(Z)$  は,

$$G_{(0,1),(0,0)}(Z) = G_{(0,2),(0,0)}(Z) = \frac{qmz}{1 - qmz} \quad (7)$$

となる. さらに,  $G_{i,j}(Z)$  の逆変換  $g_{i,j}(k)$  を求める.

$$g_{(0,1),(0,0)}(k) = g_{(0,2),(0,0)}(k) = (qm)^{(k)} \quad (8)$$

[手順 2]SFG のノード  $i(i \in c_1)$  からノード  $j(j \in c_0)$  へ推移した後,  $(k-1)$  ステップ目まで  $c_0$  内に留まっている確率  $h_{(k)}$  を求める.

$$h_{(k)} = \frac{P_{0,1} + P_{0,2}}{1 - P_{0,0}} \sum_{j \in c_0} g_{(0,1),(0,0)}(k) \quad (9)$$

[手順 3] 合流部から車両が出力されるか否かは互いに排反事象であることを考慮して, 状態部分集合  $c_1$  の再帰確率  $f_{c_1,c_1}(k)$  を求める.

$$f_{c_1,c_1}(1) = 1 - h_{(1)} \quad (10)$$

$$f_{c_1,c_1}(k) = h_{(k-1)} - h_{(k)} \quad ; k = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

#### 5. 考察

Fig.2 に副線の到来確率  $p = 0.3$  における, 本線上に車両が到来する確率  $l$  をパラメータにして, 合流部の出力時間間隔分布を示す. 実線は理論値を表す,  $\circ$  はシミュレーション値を表す. シミュレーション時間は  $50$  万  $\Delta t$  とした. 理論値とシミュレーション値はよく一致しており, 今回構築した数理モデルは妥当であると考えられる. Fig.2 より,  $1\Delta t$  に出力を観測する確率が大きくなればなるほど,  $2\Delta t$  以後に車両が到来する確率は小さくなっていくことが分かる.

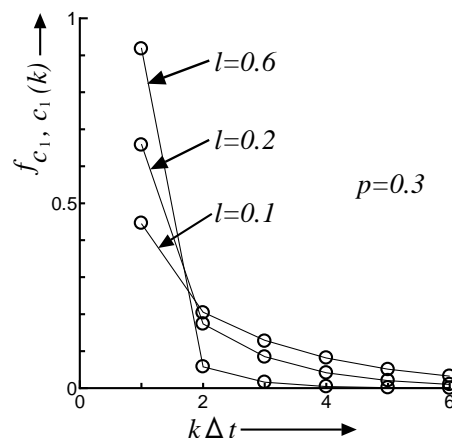


Fig. 2: Numerical example of  $f_{c_1,c_1}(k)$

#### 6. まとめ

本研究では, 個別輸送システム合流部の出力時間間隔分布を求めた. 今後の課題として, 本報告で示した合流部の出力時間間隔分布を用いて個別輸送システムのネットワーク全体の輻輳現象を検討を行う予定である.

#### 参考文献

- [1] 高橋:「マルコフ連鎖」, 朝倉書店 (1979)
- [2] 浜松, 米山, 菊池:「個別軌道輸送システム合流部の車両の出力時間分布」, 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J71-A, No.7, pp.1404-1410(1988)