

## 任意の周期的開口をもつ導体遮蔽板による電磁波の散乱 Scattering of Electromagnetic Waves by a Conducting Screen with Arbitrary Apertures.

○甲藤慶一郎<sup>1</sup>, 尾崎亮介<sup>2</sup>, 山崎恆樹<sup>2</sup>

\*Keiichiro Katto<sup>1</sup>, Ryosuke Ozaki<sup>2</sup>, Tsuneki Yamasaki<sup>2</sup>

Abstract: Recently, it is very important problems that the radio disturbance occurs from electronic devices. As the devices with the signal of high frequency component has increased, it is necessary to reduce the radio disturbance by the mobile phone.

In this paper, we have shown a formulation to analyze the scattering problem by conducting screen with arbitrary apertures.

### 1. はじめに

近年、電子機器からの電波障害が注目されている。これは、電波や高周波の電気信号を扱う電子機器が増えたことから、どこの家庭にもあるような普通の電子機器でも電波障害の発生源となる可能性がある。また、携帯電話等による電波障害は、特に医療機器に対する影響が問題となっている<sup>[1]</sup>。

本研究では、Fig.1 の様な周期的遮蔽板内に任意の開口をもつ遮蔽板をモデルとし、電磁波が  $z$  軸の負の方向から入射した時の散乱問題を点整合法 (Point-Matching Method) を用いて定式化する。

### 2. 解析法

遮蔽板はFig.1の様に $z$ 方向に一様で、 $x, y$ 方向に周期  $a, b$  をもつ対称構造で<sup>[2]</sup>、開口をもつ厚さ零の完全導体板である。また、領域  $S_I (z < 0)$  の媒質定数を  $(\epsilon_1, \mu_0)$ 、領域  $S_{II} (z > 0)$  の媒質定数を  $(\epsilon_2, \mu_0)$  とする。

入射波は、次式のように領域  $S_I$  より入射する。

$$E_x^{(i)} = \exp\{-j(kz - \omega t)\}, H_y^{(i)} = Y_1 E_x^{(i)} \quad (1)$$

但し、 $Y_i = \sqrt{\epsilon_i / \mu_0}$ ,  $i = 1, 2$  である。

Fig.1 の断面図を Fig.2 に示す。散乱体の構造と入射波の対称性から散乱波も  $x, y$  軸に対して対称であることを考慮して、領域  $S_I, S_{II}$  のヘルツベクトルは、次式となる。

$$\pi_z^{(i)} = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N F_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}^{(i)}z} \quad (2)$$

$$\pi_z^{(i)*} = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N F_{mn}^* \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}^{(i)}z} \quad (3)$$

$$\pi_z^{(r)} = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N G_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{\gamma_{mn}^{(i)}z} \quad (4)$$

$$\pi_z^{(r)*} = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N G_{mn}^* \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{\gamma_{mn}^{(i)}z} \quad (5)$$

式(2)~(5)を用いて、電磁界の透過波、反射波の成分<sup>[3]</sup> ( $E_x, E_y, H_x, H_y$ ) は、次式の関係式から求めることが出来る。

$$E_x = \frac{\partial^2 \pi_z}{\partial z \partial x} - \mu \frac{\partial^2 \pi_z^*}{\partial t \partial y}, \quad E_y = \frac{\partial^2 \pi_z}{\partial z \partial y} + \mu \frac{\partial^2 \pi_z^*}{\partial t \partial x} \quad (6)$$

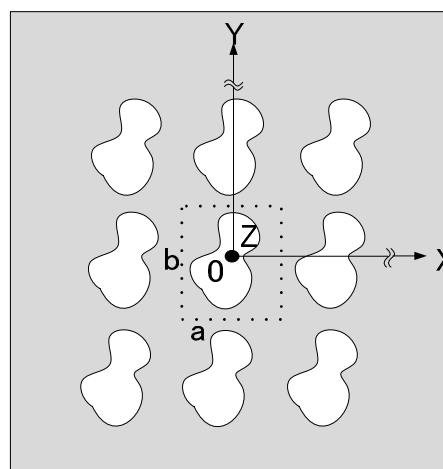


Fig.1 Structures and coordinate system of a conducting screen with arbitrary apertures.

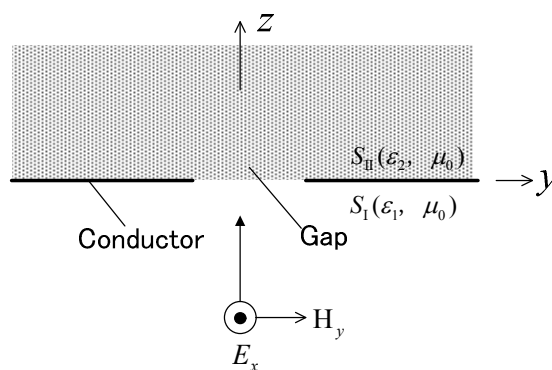


Fig.2 Structure of a  $z$ - $y$  plane

$$H_y = -\epsilon \frac{\partial^2 \pi_z}{\partial t \partial x} - \mu \frac{\partial^2 \pi_z^*}{\partial z \partial y}, \quad H_x = z \frac{\partial^2 \pi_z}{\partial t \partial y} - \mu \frac{\partial^2 \pi_z^*}{\partial z \partial x} \quad (7)$$

式(6), (7)に式(2)~(5)を代入して整理すると、透過波の電界と磁界は次式で展開する。

$$E_x = F_0 e^{-jkz} + \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left[ -\gamma_{mn}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{mn} - j\omega \mu \frac{n\pi}{b} F_{mn}^* \right] \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-\gamma_{mn}^{(2)}z} \quad (8)$$

$$E_y^i = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ \gamma_{mn}^{(2)} \left( \frac{n\pi}{b} \right) F_{mn} - j\alpha \mu \frac{m\pi}{a} F_{mn}^* \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-\gamma_{mn}^{(2)} z} \quad (9)$$

$$H_x^i = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_2 \frac{n\pi}{b} F_{mn} + \gamma_{mn}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{mn}^* \right] \sin \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-\gamma_{mn}^{(2)} z} \quad (10)$$

$$H_y^i = \frac{F_0}{Z_2} e^{-jk_2 z} + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_2 \frac{n\pi}{b} F_{mn} - \gamma_{mn}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{mn}^* \right] \cdot \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{-\gamma_{mn}^{(2)} z} \quad (11)$$

同様に、反射波の電界と磁界は次式となる。

$$E_x^r = G_0 e^{-jk_0 z} + \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left[ \gamma_{mn}^{(1)} \frac{m\pi}{a} G_{mn} - j\alpha \mu \frac{n\pi}{b} G_{mn}^* \right] \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{b} y \right) e^{j\gamma_{mn}^{(1)} z} \quad (12)$$

$$E_y^r = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -\gamma_{mn}^{(1)} \frac{n\pi}{b} G_{mn} - j\alpha \mu \frac{m\pi}{a} G_{mn}^* \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{j\gamma_{mn}^{(1)} z} \quad (13)$$

$$H_x^r = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_1 \frac{n\pi}{b} G_{mn} - \gamma_{mn}^{(1)} \frac{m\pi}{a} G_{mn}^* \right] \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{j\gamma_{mn}^{(1)} z} \quad (14)$$

$$H_y^r = \frac{G_0}{Z_1} e^{jk_0 z} + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_1 \frac{m\pi}{a} G_{mn} + \gamma_{mn}^{(1)} \frac{n\pi}{b} G_{mn}^* \right] \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{j\gamma_{mn}^{(1)} z} \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{F}_{m,n}$ ,  $\mathbf{G}_{m,n}$  は TM 波の展開係数で、 $\mathbf{F}_{m,n}^*$ ,  $\mathbf{G}_{m,n}^*$  は TE 波の展開係数である。また、 $\gamma_{m,n}^{(i)}$  は次式となる。

$$\gamma_{m,n}^{(i)} \triangleq \sqrt{\left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_i}, \quad i=1,2 \quad (16)$$

展開係数  $\mathbf{F}_{m,n}$ ,  $\mathbf{F}_{m,n}^*$ ,  $\mathbf{G}_{m,n}$ ,  $\mathbf{G}_{m,n}^*$  は、次の境界条件式から求まる。

(1) 遮蔽板の導体上で、

$$\begin{aligned} [E_x^i]_{z=0} + [E_x^r]_{z=0} &= [E_x^t]_{z=0} = 0 \\ [E_y^i]_{z=0} &= [E_y^t]_{z=0} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

(2) 遮蔽板の開口上で、

$$\begin{aligned} [E_x^i]_{z=0} + [E_x^r]_{z=0} &= [E_x^t]_{z=0} \\ [E_y^i]_{z=0} &= [E_y^t]_{z=0} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} [H_y^i]_{z=0} + [H_y^r]_{z=0} &= [H_y^t]_{z=0} \\ [H_x^i]_{z=0} &= [H_x^t]_{z=0} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

となる。

式(17)から遮蔽板の導体上で、

$$\begin{aligned} F_0 + \sum_{m=1}^N \left( -\gamma_{m0}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{m0} \right) \cos \frac{m\pi}{a} x + \sum_{n=1}^N \left( -j\alpha \mu \frac{n\pi}{b} F_{0n} \right) \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \\ + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -\gamma_{mn}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{mn} - j\alpha \mu \frac{n\pi}{b} F_{mn}^* \right] \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ \gamma_{mn}^{(2)} \frac{n\pi}{b} F_{mn} - j\alpha \mu \frac{m\pi}{a} F_{mn}^* \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y = 0 \quad (21)$$

式(18),(19)の遮蔽板の開口上で、

$$-\frac{F_0}{Z_2} + \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left[ -j\omega \varepsilon_2 \frac{m\pi}{a} F_{mn} - \gamma_{mn}^{(2)} \frac{n\pi}{b} F_{mn}^* \right] \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{F_0}{Z_1} + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_1 \frac{m\pi}{a} G_{mn} + \gamma_{mn}^{(1)} \frac{n\pi}{b} G_{mn}^* \right] \\ \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y = -\frac{2E_0}{Z_1} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} -\left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) F_0 + \sum_{m=1}^N \left[ j\omega \frac{m\pi}{a} \left( \varepsilon_1 \frac{\gamma_{m0}^{(2)}}{\gamma_{m0}^{(1)}} + \varepsilon_2 \right) F_{m0} \right] \cos \frac{m\pi}{a} x \\ + \sum_{n=1}^N \left[ \frac{n\pi}{b} (\gamma_{0n}^{(1)} + \gamma_{0n}^{(2)}) F_{0n} \right] \cos \frac{n\pi}{b} y \\ + \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left[ j\omega \frac{m\pi}{a} \left( \varepsilon_1 \frac{\gamma_{mn}^{(2)}}{\gamma_{mn}^{(1)}} + \varepsilon_2 \right) F_{mn} + \frac{n\pi}{b} (\gamma_{mn}^{(1)} + \gamma_{mn}^{(2)}) F_{mn}^* \right] \\ \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y = -\frac{2E_0}{Z_1} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_1 \frac{n\pi}{b} G_{mn} - \gamma_{mn}^{(1)} \frac{m\pi}{a} G_{mn}^* \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \\ + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ -j\omega \varepsilon_2 \frac{n\pi}{b} F_{mn} + \gamma_{mn}^{(2)} \frac{m\pi}{a} F_{mn}^* \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y = 0 \\ \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \left[ j\omega \frac{n\pi}{b} \left( \varepsilon_1 \frac{\gamma_{mn}^{(2)}}{\gamma_{mn}^{(1)}} + \varepsilon_2 \right) F_{mn} - \frac{m\pi}{a} (\gamma_{mn}^{(1)} - \gamma_{mn}^{(2)}) F_{mn}^* \right] \\ \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

となる。標本点は遮蔽板上を  $(2N+1)$  等分した分割点

$$x \rightarrow x_\alpha = \frac{a}{2N+1} (2\alpha)$$

$$\alpha, \beta = 0, 1, \dots, N$$

$$y \rightarrow y_\beta = \frac{b}{2N+1} (2\beta)$$

で境界条件を満足させる。

上記標本点から得られる連立方程式は、 $(2N^2 + 2N + 1)$  の次元数となる。透過係数  $\rho_t$  は次式より求まる。

$$\begin{aligned} \rho_t = \frac{Z_1 |F_0|^2}{Z_2 |E_0|^2} + \frac{Z_1}{4|E_0|^2} R_e \left[ \sum_{m=1}^N -j\omega \varepsilon_2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \gamma_{m0}^{(2)} |F_{m0}|^2 \right. \\ + \sum_{n=0}^N j\omega \mu \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \gamma_{0n}^{(2)} |F_{0n}^*|^2 \\ + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N j\omega \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \\ \left. \cdot \left\{ \mu \gamma_{mn}^{(2)} |F_{mn}|^2 - \varepsilon_2 \gamma_{mn}^{(2)} |F_{mn}|^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

### 3. まとめ

本文では、任意の周期的開口をもつ導体遮蔽板による電磁波の散乱についての定式化を行った。今後は数値解析を行っていく。

### 4. 参考文献

- [1] 最新電磁波の吸収と遮蔽, pp.205-335, 日経技術図書, 1999.
- [2] C.C.Chen: "Transmission through a conducting screen perforated periodically with apertures", Proc. IEEE, Trans. MTT-18,9(Sept. 1970).
- [3] 細野, 日向, 倉島: 電子通信学会論文誌 Vol.56-B No.5 pp206-208, 1973