

フォトニック結晶導波路による電磁波の散乱および導波特性

Scattering and Guiding Characteristics of the Electromagnetic Waves on the Photonic Crystal Structure

○山崎 恆樹¹, 尾崎 亮介¹

Tsuneki Yamasaki¹, Ryosuke Ozaki¹

Abstract: We analyzed the Scattering and guiding problem for the dielectric waveguides composed of dielectric circular cylinders and loaded with inhomogeneous dielectric structure in the middle layer, and investigated the switching effect and the distribution of energy flow for the defective region by using a combination of improved Fourier series expansion method and multilayer method for both TE₀ and TM₀ modes.

1. まえがき

近年、微細加工技術の発展により^[1], グレーティング内の誘電率をかなり広範囲に制御できるようになってきたため, 光ファイバグレーティング, ホトニック導波路^[2,3], 負屈折媒質等不均質媒質の散乱・伝搬問題の研究等が盛んに行われている。

著者らはホトニック結晶構造の散乱問題の数値解析法として Fourier 級数展開法と多層分割法を併用した解法^{[4]-[6]}を提案し, 解法の正当性と有効性について示した。

本文では, この難点を解決するため, グレーティング構造を対象にし, 中間層に誘電体を装荷したホトニック結晶導波路を提案し, 散乱問題では, 中間層の誘電体によるスイッチング効果^[7], 導波路問題では, 欠陥部へのエネルギー閉じ込め効果^[8,9]について, それぞれ TM 波および TE 波について検討した。

2. 解析法

ホトニック結晶導波路の構造と座標系を Fig.1(a)に示す。基本特性を得る目的で領域 S₁, S₃ の誘電率は ε₀ とした。領域 S₂ (-D < x < 0) 内は各層の厚さ d で誘電率 ε_a と ε_b をもつ誘電体円柱で構成され, 中央の中間層領域 (-3d < x < -2d) は, ひし形誘電体 ε₃^(m) (断面積: b × c) のみを装荷した構造とする。また, 各領域の透磁率は真空の透磁率 μ₀ とする。

2.1 散乱問題^[7]

定式化においては TM 波 (Fig.1 で磁界が y 成分のみもつ場合) が x > 0 から入射角 θ₀ で入射する場合について要点のみ述べる。電磁界の時間因子は exp(-iωt) として以下省略する。入射波 H_y⁽ⁱ⁾ を次式の平面波 (入射角 θ₀)

$$H_y^{(i)} = e^{ik_0(z \sin \theta_0 - x \cos \theta_0)}, \quad k_0 \triangleq \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (1)$$

とすれば, 領域 S₁, S₃ の磁界は Floquet の定理を用いて次式で近似展開できる^[6]。

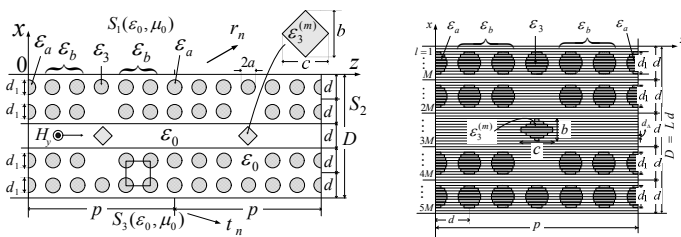
$$H_y^{(1)} = H_y^{(i)} + e^{ik_0 z \sin \theta_0} \sum_{n=1}^N r_n^{(1)} e^{i(k_n^{(1)} x + 2\pi n z / p)} \quad (2)$$

$$H_y^{(3)} = e^{ik_0 z \sin \theta_0} \sum_{n=-N}^N t_n^{(3)} e^{-i\{k_n^{(3)}(x+D+d) - 2\pi n z / p\}} \quad (3)$$

$$\{k_n^{(j)}\}^2 \triangleq k_0^2 \epsilon_j / \epsilon_0 - (k_0 \sin \theta_0 + 2\pi n / p)^2, \quad (j=1, 3) \quad (4)$$

但し, r_n, t_n は未定係数で境界条件より求まる。k_n^(j) の符号は放射条件より, [Re(k_n^(j)) ≥ 0, Im(k_n^(j)) ≥ 0] となる。

1 層目のグレーティング層 (-d < x < 0) を, M 層 (l=1 ~ M) に分割し, 各層内の誘電率分布は, z 方向のみの関数 ε_z^(l)(z) で近似する。1 層目の電磁界は, 固有



(a)Coordinate system (b)Approximated multilayer

Fig.1 Structure of photonic crystals waveguides

値 {h_v^{(l)}} とそれに対する固有ベクトル {u_{v,n}^{(l)}} を用いて, 次式で近似展開できる^[6]。

$$H_y^{(2,l)} = \sum_{v=1}^{2N+1} \left[A_v^{(l)} e^{ih_v^{(l)}\{x+(l-1)d_\Delta\}} + B_v^{(l)} e^{ih_v^{(l)}(x+ld_\Delta)} \right] \cdot f_v^{(l)}(z) \quad (5)$$

$$E_z^{(2,l)} = \{-i\omega \epsilon^{(l)}(z)\}^{-1} \partial H_y^{(2,l)} / \partial x \quad (6)$$

$$f_v^{(l)}(z) \triangleq e^{ik_z z \sin \theta_0} \sum_{n=-N}^N u_{v,n}^{(l)} e^{i2\pi n z / p}, \quad d_\Delta = d / M, \quad l=1 \sim M$$

但し, A_v^(l), B_v^(l) は境界条件から決まる未定係数で h² は次式の固有値方程式から求まる^[6]。

$$\mathbf{\Lambda}_1^{(l)} \mathbf{U}^{(l)} = \{h^{(l)}\}^2 \mathbf{\Lambda}_2^{(l)} \mathbf{U}^{(l)} \quad (7)$$

$$\mathbf{\Lambda}_1 \triangleq [n_{n,m}^{(l)}], \quad \mathbf{\Lambda}_2 \triangleq [\zeta_{n,m}^{(l)}], \quad 1 \leq l \leq M, N \geq 1.5N_f$$

但し, U^(l) ≡ [u_{-N}^(l), ..., u₀^(l), ..., u_N^(l)]^T, T: 転置,

$$\zeta_{n,m}^{(l)} \triangleq k_0^2 \zeta_{n,m}^{(l)} - \gamma_n \{\gamma_n + 2\pi(n-m)/p\} \eta_{n,m}^{(l)}, \quad (8)$$

$$\eta_{n,m}^{(l)} \triangleq \frac{1}{p} \int_0^p \left(\frac{\epsilon^{(l)}(z)}{\epsilon_0} \right) e^{i \frac{2(n-m)\pi z}{p}} dz, \quad \xi_{n,m}^{(l)} \triangleq \frac{1}{p} \int_0^p \left(\frac{\epsilon^{(l)}(z)}{\epsilon_0} \right)^2 e^{i \frac{2(n-m)\pi z}{p}} dz,$$

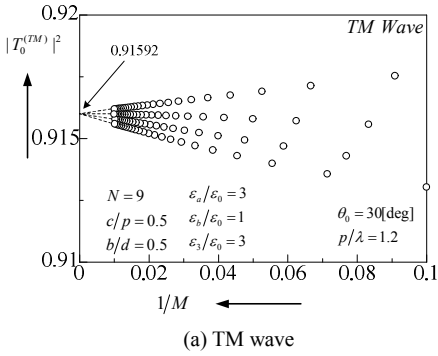
$$\gamma_n \triangleq \gamma_0 + 2\pi n / p, \quad \gamma_0 = k_0 \sin \theta_0, \quad m, n = (-N, \dots, 0, \dots, N).$$

もし 2 層目以降の構造が, 1 層目と同じ場合には 1 層目の未知係数 A⁽¹⁾, B⁽¹⁾ と最終層の未知係数 A^(nM), B^(nM) との関係は次式で表わされる^[5]。

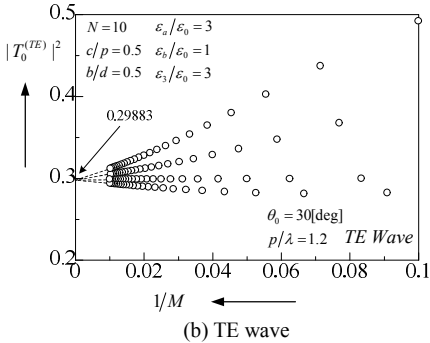
$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 & \mathbf{S}_4 \end{pmatrix} \left[\mathbf{u}^{(\lambda)} \right] \begin{bmatrix} \lambda_1^{n-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_{2(2n+1)}^{n-1} \end{bmatrix} \left[\mathbf{u}^{(\lambda)} \right]^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(nM)} \\ \mathbf{B}^{(nM)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

但し, S₁ ~ S₄ の行列要素ならびに固有値 λ₁ ~ λ_{2(2n+1)} については, 文献[6]を参照。

未知係数 A⁽¹⁾, B⁽¹⁾ と中間層の最終層の未知係数 A^(3M), B^(3M) との関係は次式となる^[7]。

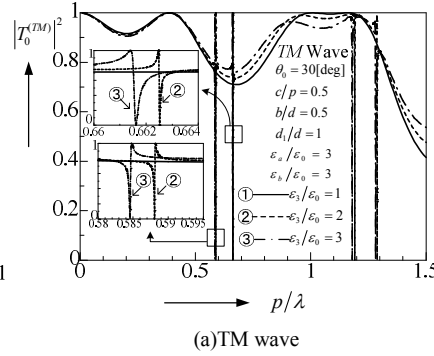


(a) TM wave

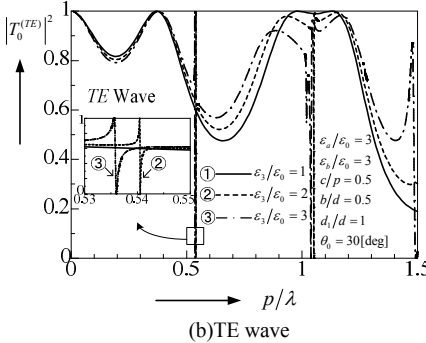


(b) TE wave

Fig.2. Convergence of $|T_0^{(TM,TE)}|^2$ for $1/M$

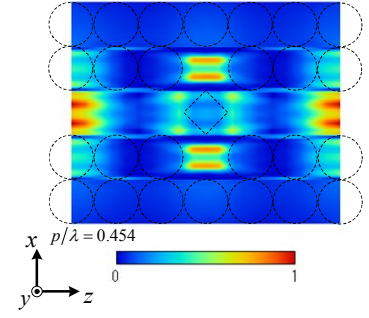


(a) TM wave

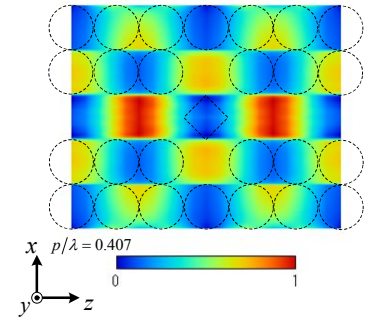


(b) TE wave

Fig.3 p/λ vs. $|T_0^{(TM,TE)}|^2$



(a) TM₀ mode



(b) TE₀ mode

Fig.4 Distribution of energy flow

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^{(2M)} & \mathbf{S}_2^{(2M)} \\ \mathbf{S}_3^{(2M)} & \mathbf{S}_4^{(2M)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^{(2M+1)} & \mathbf{S}_2^{(2M+1)} \\ \mathbf{S}_3^{(2M+1)} & \mathbf{S}_4^{(2M+1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_3 & \mathbf{G}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(3M)} \\ \mathbf{B}^{(3M)} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^{(U)} & \mathbf{S}_2^{(U)} \\ \mathbf{S}_3^{(U)} & \mathbf{S}_4^{(U)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(3M)} \\ \mathbf{B}^{(3M)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

同様に、中間層の未知係数 $\mathbf{A}^{(3M)}$, $\mathbf{B}^{(3M)}$ とグレーティングの最終層の未知係数 $\mathbf{A}^{(5M)}$, $\mathbf{B}^{(5M)}$ との関係は次式となる^[7].

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(3M)} \\ \mathbf{B}^{(3M)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^{(3M+1)} & \mathbf{S}_2^{(3M+1)} \\ \mathbf{S}_3^{(3M+1)} & \mathbf{S}_4^{(3M+1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^{(2M)} & \mathbf{S}_2^{(2M)} \\ \mathbf{S}_3^{(2M)} & \mathbf{S}_4^{(2M)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(5M)} \\ \mathbf{B}^{(5M)} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$x=0, -D$ での境界条件式

$$\mathbf{Q}_1 \mathbf{A}^{(1)} + \mathbf{Q}_2 \mathbf{B}^{(1)} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{Q}_3 \mathbf{A}^{(5M)} + \mathbf{Q}_4 \mathbf{B}^{(5M)} = \mathbf{0} \quad (12)$$

に式(10), (11)の関係を代入すると、中間層の最終層での透過係数 $A_n^{(3M)}$ についての連立方程式が得られる^[7].

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{A}^{(3M)} = \mathbf{F} \quad (13)$$

S_3 領域の n 次空間高調波の電力透過係数 $|T_n^{(TM)}|^2$ は、

$$|T_n^{(TM)}|^2 \triangleq \epsilon_0 \operatorname{Re} \left[\left\{ k_n^{(3)} \right\} |t_n^{(3)}|^2 / \left(\epsilon_3 k_0^{(1)} \right) \right] \quad (14)$$

から求まる^[7].

2.2 導波問題^[8, 9]

導波問題の定式化は、式(14)の右辺を $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ として、

$$\det(\mathbf{W}) = 0 \quad (16)$$

から伝搬定数 $\gamma_0 (= \beta + i\alpha)$ を求める問題で Muller 法を用いて解析する。

3. 数値結果

散乱問題では誘電率 $\epsilon_2(x, z)$ は、文献 [7] の

$$\epsilon(x, z) = \begin{cases} \epsilon_a : \epsilon(x, 0) = \epsilon(x, p) \\ \epsilon_b : \text{内部の円柱誘電体} \\ \epsilon_c : \text{中間層の方形誘電体 (断面: } b \times c) \end{cases} \quad (17)$$

とし、グレーティングの構造パラメータは $d = 2a$, $L = 5$, $\epsilon_1/\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_a/\epsilon_0 = \epsilon_b/\epsilon_0 = 3$, $d = d_1 = 1$, $D/p = 5/6$, $b/d = 1/2$, $c/p = 1/2$ とした。

Fig.2は、 $\theta_0 = 30^\circ$, $p/\lambda = 1.2$, $\epsilon_b/\epsilon_0 = 1$ とした時の電力透過係数 $|T_0^{(TM \text{ or } TE)}|^2$ の収束で、Fig.3(a)にTM波、Fig.3(b)にTE波を示す。Fig.2(a)(b)から、以下の解析では、真値との相対誤差が1%以下となる N , M を用いた。

Fig.3は中間層の比誘電率 $\epsilon_3^{(m)}/\epsilon_0$ を $\epsilon_3^{(m)}/\epsilon_0 = 1, 2, 3$ と変化した時の周波数特性 ($\theta_0 = 30^\circ$) である。Fig.3から ϵ_3/ϵ_0 の影響により、TM波入射では $0.58 < p/\lambda < 0.664$, TE波入射では $0.53 < p/\lambda < 0.55$ で $|T_0^{(TM \text{ or } TE)}|^2$ のスイッチング効果^[7]が得られる事がわかる。

Fig.4は導波路問題でフォトニック結晶構造内に欠陥層を設けて、導波路内にはひし形誘電体を装荷した場合のエネルギー分布である。Fig.4(a)はTM₀ modeで $p/\lambda = 0.454$, Fig.4(b)はTE modeで $p/\lambda = 0.407$ 励振した場合である。Fig.4から、欠陥部へのエネルギー閉じ込め効果が得られる事がわかった。

4. あとがき

本文では、フォトニック結晶構造の散乱問題と導波路問題を解析し、散乱問題の周波数特性からスイッチング効果を、導波路問題のエネルギー分布からエネルギー閉じ込め効果をTM波及びTE波について検討した。

参考文献

- [1]中尾正史, 信学論(C), Vol.J85-C, No.9, pp.793-802, 2002.
- [2]K. Sakoda, Optical Properties of Photonic Crystals, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [3]K. Yasumoto Ed., Electromagnetic Theory and Applications for Photonic Crystals, CRC Press, 2005.
- [4]Yamasaki, T., Hosono, T. and Kong, J. A., IEICE Trans., Vol.E74, No.9, pp.2839-2847, (1991).
- [5]Yamasaki, T., Tanaka, T., Hinata, T. and Hosono, T., Radio Science, Vol.31, No.6, pp.1931-1939(1996).
- [6]Ozaki, R., T.Yamasaki and T.Hinata, IEICE Trans., Vol.90-C, No.2, pp.295-303 (2007).
- [7]Ozaki, R., T.Yamasaki and T.Hinata, IEEJ Trans., FM, Vol.129, No.10, pp.718-724(2009).
- [8]R. Ozaki and T. Yamasaki, IEICE Trans. Electron., vol.E95-C, no.1, pp.53-62, 2012.
- [9]R. Ozaki and T. Yamasaki, IEICE Electron. Express, vol.9, no.7, pp.698-705, 2012.