O-12

余次元の実験的検証

Serch for Extra Dimensions by Various Experiments

○黒岩陽佑[1]　仲滋文[2]
*Yousuke Kuroiwa[1],Shigefumi Naka[2]

abstract: The introduction of large extra dimensions is known to be an interesting framework for solving hierarchy problem without relying on supersymmetry. Such an extra dimension affects the mini black hole production at the LHC. In this work, we first review the black hole production cross section in *pp* collision based on the large extra-dimension scenario. Secondly, we study an effect of non-commutative geometry in D-brane theory with a string extended in extra dimensions. In particular, the discussion is made on the interferometer as a possible experimental tool observing such an effect.

1．はじめに

現在の素粒子模型において、余次元を含む時空構造は、弦理論や D-brane 等の模型において本質的なものとなっている。この余次元の広がりはプランク長であり、従って対応するエネルギーの大きさはプランクエネルギー程度と考えられていて、低エネルギーの標準模型では直接的にはその影響は現れない。しかし Nima Arkani-Hamed 達によって指摘された階層性の考え方の中では、余次元は必ずしもプランク長程度ではなく、現在の重力の測定精度からすれば 1TeV で $10^{-1} \sim 10^{-3}$mm 程度でよいと考えられている。これはエネルギー的には数 TeV の大きさに対応するので、LHC 等の実験を通して検証可能な大きさになっている。この仕事では、この様な比較的大きな余次元の広がりが、LHC の実験においてどのような観測結果をもたらすかを [1] に従って概説する。また、余次元の存在は４次元時空に非可換性をもたらすという考え方があり、この様な非可換性を通した余次元構造の間接的な検証が、Interferometer の様なまったく原理の異なる実験手段を用いて可能となることを議論する。

2．余次元階層性シナリオ

現在の重力の観測精度から許される余次元の大きさは、以下のように評価される。まず、３次元時空の原点にある質量 M の粒子が距離 r の位置に作る重力ポテンシャルは、万有引力定数を G として

$$\phi(r) = -\frac{GM}{r} \tag{1}$$

である。ここで万有引力定数は、プランクエネルギー M_p を用いて $G \sim M_p^{-2}, (\hbar = c = 1)$ と書け、ϕ は $\Delta_{(3)}$ を 3 次元ラプラシアンとして以下のポアソン方程式を満たす。

$$\Delta_{(3)}\phi(r) = 4\pi GM\delta^{(3)}(r). \tag{2}$$

多次元時空の重力ポテンシャルは、上のポアソン方程式の空間自由度を $n = 3 + k$ に拡張し、

$$\Delta_{(n)}\phi(r) = \frac{4\pi^{\frac{3+k}{2}}}{\Gamma(\frac{k+1}{2})}\frac{M}{M_*^{2+k}}\delta^{(n)}(r) \tag{3}$$

とおいた方程式の解として定義される。ここで M_* は、内部空間 $(\sim R)$ が無視できるようになるエネルギースケールで、右辺の数係数はこの方程式の解としての ϕ が、

$$\phi(r) = -\frac{1}{M_*^{2+k}}\frac{M}{r^{1+k}} \tag{4}$$

となるように規格化している。ここで、遠方 $(r \gg R)$ で $r^{1+k} \sim rR^k$ と考えて、ポテンシャル (4) の形を

$$\phi(r) \sim -\frac{1}{M_*^{2+k}}\frac{M}{R^k r} = -G\frac{M}{r} = -\frac{1}{M_p^2}\frac{M}{r} \tag{5}$$

とおく。これより M_* は、プランクエネルギー M_p と内部空間のスケール R を用いて

$$M_*^{2+k} = \frac{M_p^2}{R^k} \tag{6}$$

と表される。ここでプランクエネルギー M_p を 1.22×10^{28} eV とすると、$M_* \simeq 1$TeV のとき、内部空間のスケール R は 10^{-1}mm, $(k = 2)$ から 10^{-3}mm, $(k = 7)$ 程度の大きさになる。また、ポテンシャルが (1) の

[1]日大理工・院（前）・物理
[2]日大理工・教員・物理

形になるためには、$R \le 44\mu\mathrm{m}$ であり [2]、これよりエネルギースケールは $M_* \ge 3.2$ TeV であると予測される。この下限は LHC で実現可能であり、内部空間の効果がこのような実験を通して検証できる可能性がある。

３．ミニブラックホールの生成断面積

内部空間の影響を受ける実験としてミニブラックホール生成を考える。高次元でのシュワルツシルト計量は

$$ds^2_{(k+4)} = -F(r)dt^2 + F^{-1}(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2_{3+k} \quad (7)$$

と書け、$F(r)$ は、R_H をシュワルツシルト半径として $F(r) = 1 - \left(\frac{R_H}{r}\right)^{k+1}$ である。$F(r)$ から導かれる重力ポテンシャルが、$r \gg R$ で (1) になる要請から

$$R_H^{k+1} = \frac{2}{k+1}\left(\frac{1}{M_*}\right)^{k+1}\frac{M}{M_*} \quad (8)$$

が導かれる。(8) のシュワルツシルト半径を用いると、parton-parton によるブラックホールの生成断面積 σ は、M を重心系のエネルギーとして

$$\sigma(M) \cong \pi R_H^2 \Theta(M - M_*) = \pi R_H^2 \quad (9)$$

となる。ここで Θ は階段関数であり、$M \ge M_*$ とした。これから、$R_H \cong R$ とすると $R \sim 10^{-6}$ fm, $(k = 2)$ と評価される。(9) を使って、proton-proton 生成断面積 σ は

$$\sigma_{(pp\to BH\to X)} = \sum_{i,j}\iint_{x_{i,j,min}}^{1} dx_i dx_j f_i(x_i,\hat{s}) f_j(x_j,\hat{s})\sigma_{(ij\to BH\to X)}. \quad (10)$$

と表される。分配関数 f_i, f_j は CTEQ-tables にある [3]。この断面積を用いて LHC が一年間に作り出すブラックホールの総数 N_{BH} は、以下の形に表される。

$$\frac{N_{BH}}{year} = \sigma_{(pp\to BH\to X)} L \quad (11)$$

ここで、L は LHC の輝度で、$L = 10^{33}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ として $N_{BH} = \frac{1}{3}$ $(M \simeq 1$ TeV$)$ $\sim$ 10^7 $(M \simeq 14$ TeV$)$ となる。生成されたブラックホールは約 $10^{-25}s$ 程度の寿命で不安定であるため、地球破壊の影響はほとんどないと考えられている [4]。

4．時空の非可換性を通した余次元の検証

D-brane 理論によると、時空座標に端点をもつ弦が内部空間においてある種の場と相互作用するとき、時空座標に

$$[\hat{x}_1, \hat{x}_2] = iC_{12},\ (C_{12} = -C_{21} \sim l_p^2) \quad (12)$$

のような非可換性が現れる。この非可換性はブラックホール半径 R_H にも影響を及ぼすが、より直接的に Interferometer で検証できると期待されている。例えば [5] によれば、1 軸方向に光速度 c で射出された波数 k_1 の光は、(12) の効果として、距離 L だけ進む間に 2 軸方向の速度 $\Delta v_2 \sim cl_p\Delta k_1$ を得る。この間の 2 軸方向の位置の揺らぎは $\Delta x_2 \sim \Delta v_2 \times \frac{L}{c}$ であり、不確定性関係 $\Delta k_1 \Delta x_1 \sim 1$ を考慮すれば、$\Delta x_2 \sim \frac{l_p L}{\Delta x_1}$ となる。そこで、光が光路長 $\Delta X^2 = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2$ を極小にする経路を選ぶなら $\Delta x_1 \sim \sqrt{l_p L}$ と評価され、L を数百メートルに選べば 1 軸方向の干渉効果が検証可能な位相差を導く。

５．まとめと今後の課題

以上 §3、4 で調べられたように、内部空間の自由度は色々な方法で検証できる可能性がある。この場合、LHC による超高エネルギーの実験のみならず、Interferometer のような低エネルギーの実験において検証可能な効果もある。とりわけ後者は、時空の非可換構造の検証にもつながる興味深い実験テーマである。ただ、[5] で提案されている $\Delta v_2 \sim cl_p\Delta k_1$ のような非可換性に基づく揺らぎは、非可換時空での波動の構造から導かれる揺らぎと厳密には一致しない。この様な非可換時空での波は、Seiberg-Witten の手法で求まることが知られている [6]。この手法で求められる正確な波動解を基に Interferometer を用いた干渉効果を評価してゆく事は、今後の重要な課題である。

参考文献

[1] M. Bleicher and P. NIcolini, arXiv:1001.2211v4 [hep-ph] 20Jul 2010.

[2] Adelberger E G, Heckel B R, Hoedl S, Hoyle C D, Kapner D J and Upadhye A Phys. Rev. Lett. 98 131104.

[3] http://www.phys.psu.edu cteq/

[4] Roberto Casadio, Sergio Fabi, and Benjamin Harms, arXiv:0901.2948v3 [hep-ph] 5 Nov 2009

[5] Craig J. Hogan, arXiv:1002.4880v27 [gr-qc] 7 Feb 2012

[6]N.Seiberg and E.Witten, JHEP 09, 032(1999); hep-th/9908142