O-25

ゲージ/重力対応における Wilson loop と局所演算子の相関関数について

○江成隆之[*1], 三輪光嗣[*2]
*Takayuki Enari[*1], Akitsugu Miwa[*2]

Abstract: We construct a gravity solution, in the context of AdS/CFT correspondence, which corresponds to a correlation function between a Wilson loop and a local operator in gauge theory. We check that the solution reproduces the behavior of the correlation function in the large R-charge limit. Moreover, we find another solution that becomes complex in a certain section. This can be interpreted from gauge theory side.

1. はじめに

AdS/CFT 対応あるいはゲージ/重力対応（以下, 単に対応とよぶ）とは, ゲージ理論と重力（を含む）理論との間に双対性を主張する予想である [1]. 提唱以来, 多くの研究がなされてきたが, それらの方向性は大きく 2 つに分けられる. 1 つは, 対応を支持する証拠を挙げたり, 対応の背後に潜んでいる数学的構造を明らかにすること. もう 1 つは, 対応が正しいという前提で, どのような応用があるか調べることである. 具体的には, QCD への応用が研究されていたり, 物性理論や流体力学などの素粒子論以外への応用も近年見られるようになっている. 我々の研究はこの大別の前者に当たる. すなわち, 対応を支持する新しい証拠を見つけたというのが結論の 1 つである. 次の章でその概要を説明する. なお, 詳細は [2] において論じられている.

2. 研究の概要

対応にはいくつかのバリエーションがあるが, 4 次元の $\mathcal{N}=4$ super Yang-Mills 理論と, 5 次元 反 de Sitter 空間と 5 次元球面の直積空間 ($AdS_5 \otimes S^5$) 上の IIB 型超弦理論の場合を考える. また, 対応を支持する証拠として, 我々は Wilson loop 演算子を取り上げる. $\mathcal{N}=4$ super Yang-Mills 理論の場合, Wilson loop 演算子は次のように与えられる [3][4].

$$W[C] = \frac{1}{N}\mathrm{tr}\mathcal{P}\exp\int_C (iA_\mu \dot{x}^\mu + \Phi_i\Theta_i|\dot{x}|)d\sigma. \tag{1}$$

ここに, A_μ はゲージ場, $\Phi_i(i=1,2,\cdots,6)$ はスカラー場で, x^μ は loop を指定する 4 次元空間の座標, σ は x^μ のパラメターである. また, Θ_i は Φ_i の配位を決める量で, パラメター θ_0 を含んでいる. この Wilson loop 演算子の期待値 $\langle W[C]\rangle$ の重力理論側の対応物は, 始め AdS 空間の境界上で loop の形状に張り付いていた弦が, $AdS_5 \otimes S^5$ 空間を伝播して行く運動に対する振幅であることが知られている. Fig.1(a) でこの弦の運動の AdS 空間での軌跡を示している.

Wilson loop 演算子に関連する対応の別の系として, Wilson loop 演算子と局所演算子 O_J との相関関数 $\langle W[C]O_J\rangle$ がある. O_J は R-charge と呼ばれる量 J を持っており, 十分 J が大きい場合を考える. このような系については, 1/2 BPS の Wilson loop 演算子の場合が [5] で調べられている. 1/2 BPS の演算子とは, 理論が持つ超対称性を半分だけ保っている演算子という意味である. 我々は Wilson loop 演算子が 1/4 BPS の場合を調べた. 相関関数自体は過去に求められており [6], 我々は重力理論側の対応物の構成を行った. それは, 始め AdS 空間の境界上で loop の形状に張り付いていた弦が, 空間を伝播して O_J のいる地点へ辿り着く運動に対する振幅になる. この場合の弦の運動の AdS 空間での軌跡が Fig.1(b) に示されている.

AdS/CFT 対応はお互いの理論のパラメターが関わっており, 我々はゲージ理論側の強結合領域と重力理論側の弦を準古典的に扱える領域の対応を見る. 先程述べたように, 始め AdS 空間の境界上で loop の形状に張り付いていた弦が, 空間を伝播して O_J のいる地点へ辿り着く運動に対する振幅を求めることが我々の目標であるが, これを準古典的に評価をする.

[*1] 日大理工・院（後）・物理
[*2] 日大理工・教員・物理

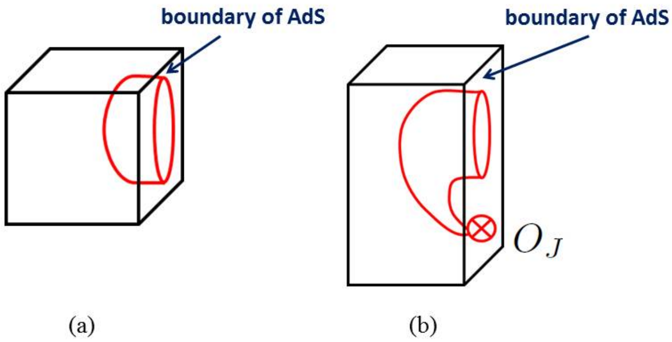

Fig.1　Trajectory of a string: (a) corresponds to $\langle W[C]\rangle$ and (b) corresponds to $\langle W[C]O_J\rangle$.

すなわち,

$$\int e^{-S[X]+S^b}\mathcal{D}X \sim e^{-S_{\rm classical}[X]+S^b_{\rm classical}}. \tag{2}$$

ただし, S^b は適当な境界条件に対応する, 境界項である.

作用は Polyakov の作用

$$S=-\frac{1}{4\pi\alpha'}\int G_{MN}(-\partial_\tau X^M\partial_\tau X^N+\partial_\sigma X^M\partial_\sigma X^N)d\tau d\sigma \tag{3}$$

を用いる. ここに, G_{MN} は $AdS_5\otimes S^5$ 空間の計量である. この作用から運動方程式を導き, 解を求め, 経路積分を評価すると,

$$\exp[\sqrt{\lambda'}(\sqrt{j'^2+1}+j'\ln(\sqrt{j'^2+1}-j')] \tag{4}$$

という結果が得られる. ここに, λ を 't Hooft の結合定数として $\lambda'=\lambda\cos\theta_0$(この $\cos\theta_0$ は (1) 式で現れたものに対応), $j'=J/\sqrt{\lambda'}$ である. 一方, 相関関数 $\langle W[C]O_J\rangle$ の振る舞いは変形 Bessel 関数 $I_J(\sqrt{\lambda'})$ で決まる. ゲージ理論の強結合領域は $\lambda\to\infty$ という意味であり, O_J の持つ R-charge が十分大きいことから $J\to\infty$ とする. ただし, j' は固定しておく. このとき, $I_J(\sqrt{\lambda'})$ を適当な積分表示の下で鞍点法によって評価すると, (4) 式を得る.

ところで, (3) 式から導かれる運動方程式の解は, 同じ境界条件を満たす異なる 2 つのものがある. 1 つは経路積分の評価 (4) を与える. もう一方の解はある区間で複素になるもので, 経路積分の評価も (4) とは異なる. これは相関関数の振る舞いを示す変形 Bessel 関数 $I_J(\sqrt{\lambda'})$ の適当な積分表示における, 最急降下線上にない鞍点の値と一致する.

参考文献

[1] J. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231-252, `hep-th/9711220`.

[2] T. Enari and A. Miwa, arXiv:1208.0821[hep-th].

[3] S.-J. Rey and J.-T. Yee, *Eur.Phys.J.* **C22** (2001) 379-394, `hep-th/9803001`.

[4] J. Maldacena, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 4859-4862, `hep-th/9803002`.

[5] K. Zarembo, *Phys. Rev.* **D66** (2002) 105021, `hep-th/0209095`.

[6] G. W. Semenoff and D. Young, *Phys. Lett.* **B643** (2006) 195-204, `hep-th/0609158`.