O-26

Zーボソンにおける２つの光子への崩壊

Z-Boson Decay into Two Photons

○阿部龍生 [1]，藤田丈久 [2]

*Ryusei Abe[1], Takehisa Fujita[2]

We calculate the decay rate of the Z-Boson decay into two photons process. The vertex of $\gamma^{\mu}\gamma_5$ is responsible for the decay of the weak vector boson into two photons, and the decay process becomes free from the Landau-Yang theorem. The calculated branching radio is found to be $\Gamma_{Z^0\to 2\gamma}/\,\Gamma \cong 2.4\times 10^{-8}$, in comparison with the present upper limit of the experimental branching radio $\Gamma_{Z^0\to 2\gamma}/\,\Gamma < 5.2\times 10^{-5}$. This should be measurable by experiment as far as one can observe photons with around 45 GeV.

１．π^0 Decay into Two Photons

パイオンと核子の間の相互作用を記述するラグランジアン密度は $\mathcal{L}_I = ig_\pi\overline{\psi}\gamma_5\boldsymbol{\tau}\psi\cdot\boldsymbol{\varphi}$ である．ここでg_πはパイオンー核子のカップリングコンスタントである．π^0が２つのフォトンに崩壊する過程をフェルミオンループの三角形ダイアグラムによって記述できる．つまり，その T－行列は

$$T_{\pi^0\to 2\gamma} = ie^2 g_\pi \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} Tr\,[(\gamma\epsilon_1)\frac{1}{p\gamma - M_N + i\varepsilon} \times(\gamma\epsilon_2)\frac{1}{p\gamma - k_2\gamma - M_N + i\varepsilon}\gamma_5\frac{1}{p\gamma + k_1\gamma - M_N + i\varepsilon}] +(1\leftrightarrow 2) \qquad (1)$$

ここで，$\epsilon_1{}^{\mu}(\lambda_1)$と $\epsilon_2{}^{\mu}(\lambda_2)$ はフォトンの偏極ベクトル，m_π とM_Nはそれぞれパイオンの質量，核子の質量である．この計算は西島先生の著書[1]で非常に良く計算されている．$\pi^0 \to 2\gamma$ の崩壊幅は

$$\Gamma_{\pi^0\to 2\gamma} = \frac{\alpha^2}{16}\frac{g_\pi{}^2}{4\pi}\left(\frac{m_\pi}{M_N}\right)^2 m_\pi \qquad (2)$$

と記述できる．ここでα は微細構造定数である．核子－核子散乱の実験から $g_\pi{}^2/4\ \cong 8$ と与えられるから（２）式は$\Gamma_{\pi^0\to 2\gamma}\cong 7.5$ eVとなる．これは実験値の 7.8eV に非常に近い値になっている．このことから，この Feynman diagram は問題ないことがわかる．すなわち，この三角形ダイアグラムは発散せずに有限量となっていることがわかる．

２．Z-Boson Decay into Two Photons

今まではπ^0 が２つのフォトンに崩壊する過程を考えてきた．次にπ^0 の場合と同じようにZーボソンの三角形ダイアグラムを計算する．Zーボソンとフェルミオンの相互作用を記述するラグランジアン密度$\mathcal{L}$は

$$\mathcal{L} = g_Z\overline{\psi}_l\gamma^{\mu}\gamma_5\psi_l Z_\mu - 0.06 g_Z\overline{\psi}_l\gamma^{\mu}\psi_l Z_\mu \qquad (3)$$

と与えられる．従って，Zーボソンの三角形ダイアグラムを記述する T－行列は

$$T_{Z^0\to 2\gamma} = g_Z\sum_i e_i\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}Tr[\frac{1}{p\gamma - m_i + i\varepsilon}(\gamma\epsilon_1) \times\frac{1}{p\gamma - k_2\gamma - m_i + i\varepsilon}(\gamma\epsilon_2)\frac{1}{p\gamma + k_1\gamma - m_i + i\epsilon}(\gamma\epsilon_v)\gamma_5\,] +(1\leftrightarrow 2) \qquad (4)$$

ここでm_i とe_i はそれぞれ中間状態のフェルミオンの質量と電荷である．またϵ_v はZーボソンの偏極ベクトルである．

３．Decay Width with Intermediate Top Quark States

（４）式の中間状態のフェルミオンをトップクォー

1：日大理工・院・物理
2：日大・教員・物理

クと選択する．それは崩壊幅に大きく寄与するからである．これにより $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ と同じように計算できる．そして，Z－ボソンの三角形ダイアグラムも π^0 と同様に有限量になることを示す.

４．Linear Divergence Term

（４）式の積分での leading term は

$$T^{(1)}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}$$

$$\cong \frac{g_Z e^2}{(2\pi)^4}\int[\frac{Tr\{(p\gamma)\gamma^{\mu}(p\gamma)\gamma^{\nu}(p\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_{\nu}}{(p^2-s_0+i\varepsilon)^3}$$

$$+(1\leftrightarrow 2)]d^4p \qquad (5)$$

ここで

$$Tr\{(p\gamma)\gamma^{\mu}(p\gamma)\gamma^{\nu}(p\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}$$
$$=-Tr\{(p\gamma)\gamma^{\nu}(p\gamma)\gamma^{\mu}(p\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}$$

を用いると（５）式の値は 0 となる.

５．Logarithmic Divergence Term

（４）式の分子には p^2-term が含まれている．これは対数発散項を含んでいる.

$$T^{(2)}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}\cong\frac{g_Z e^2}{(2\pi)^4}\int_0^1 dx\int_0^x dy\int d^4p\,\frac{F(p,x,y)}{(p^2-s_0+i\varepsilon)^3} \qquad (6)$$

ここで

$$F(p,x,y)=Tr\{(p\gamma)\gamma^{\mu}(p\gamma)\gamma^{\nu}(a\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}$$
$$+Tr\{(p\gamma)\gamma^{\mu}(b\gamma)\gamma^{\nu}(a\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}$$
$$++Tr\{(c\gamma)\gamma^{\mu}(p\gamma)\gamma^{\nu}(a\gamma)\gamma^{\rho}\gamma_5\}$$

と

$$a=-k_1(1-x)-k_2(1-y)\,,b=-k_1(1-x)+k_2y$$
$$c=-k_1x+k_2y$$

とおいた.（６）式の積分を率直に計算すると，この積分も発散せずに 0 となる.

６．Finite Terms

次に p^0- term について考える．この T 行列は

$$T^{(2)}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}=\frac{g_Z e^2}{(2\pi)^4}\int_0^1 dx\int_0^x dy\int d^4p\,\frac{A(x,y)}{(p^2-s_0+i\varepsilon)^3} \qquad (7)$$

ここで

$$A(x,y)=-4im_t(x+1-y)(k_1^{\alpha}-k_2^{\alpha})\varepsilon^{\mu\nu\rho\alpha}\epsilon_{1\mu}\epsilon_{2\nu}\epsilon_{\nu\rho}$$

である．また，m_t はトップクォークの質量である．従ってこの T－行列は

$$T^{(2)}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}=-\frac{g_Z}{6\pi^2}\left(\frac{2\mathrm{e}}{3}\right)^2(k_1^{\alpha}-k_2^{\alpha})\varepsilon^{\mu\nu\rho\alpha}\epsilon_{1\mu}\epsilon_{2\nu}\epsilon_{\nu\rho}$$

となる．この場合の崩壊幅 $\Gamma^{Top}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}$ は

$$\Gamma^{Top}_{Z^0\rightarrow 2\gamma}=3\left(\frac{2^2\alpha}{3^2}\right)^2\frac{2\alpha_Z}{27\pi^2}M_{Z_0} \qquad (8)$$

ここで，$\alpha_z \sim 2.7\times 10^{-3}$ である．次に（８）式の branching radio を計算する.

$$(\Gamma_{Z^0\rightarrow 2\gamma}/\,\Gamma\,)_{Pred}=(\Gamma_{Z^0\rightarrow l^+l^-}/\,\Gamma\,)\times(\Gamma_{Z^0\rightarrow 2\gamma}/\,(\Gamma_{Z^0\rightarrow l^+l^-}\,)$$
$$\cong 2.4\times 10^{-8} \qquad (9)$$

となる．ここで $\Gamma_{Z^0\rightarrow l^+l^-}/\Gamma=0.034$ である事を用いた．一方で実験的な上限値は

$$(\Gamma_{Z^0\rightarrow 2\gamma}/\,\Gamma\,)_{Exp}<5.2\times 10^{-5} \qquad (10)$$

であり，（９）式の値と比較すると三桁も小さい事がわかる.

６．Conclusion

これまで $Z^0 \rightarrow 2\gamma$ の三角形ダイアグラムの計算を行ってきた．その結果，Linear Divergence Term と Logarithmic Divergence Term の積分の値は 0 であり Finite Terms の値は 0 ではなく有限値であった．つまり（４）式の積分が有限値である事を意味している．そして理論的に求めた branching radio が実験的な上限値よりも三桁小さい事がわかった．またこの現象では 90GeV のエネルギーの Z－ボソンが 45GeV のエネルギーを持つ２つの光子に崩壊するが，これを観測する事は非常に難しく，高度な検出器と技術が必要である．仮にこの崩壊過程が実験的に観測されれば，アノマリーを考える必要性がなくなると考えられる.

７．参考文献

[1] K. Nishijima, “Fields and Particles” , (W. A. Benjamin, INC)

[2] F. Mandl and G. Shaw, “Quantum Field Theory”, (John Wiley & Sons, 1993)

[3] L. D. Landau, Dokl. Akad. Nawk. , USSR **60**, 207 (1948)

[4] T. Fujita,”Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory”, (2nd edition, Nova Science Publishers, 2011)