

音の伝播解析における透過境界条件に関する考察

On transparent boundary conditions of sound propagation analysis

○長谷川翔平¹, 野村卓史²Shouhei Hasegawa¹, Takashi Nomura²

Abstract: The transparent boundary condition for the finite element analysis of the Sound propagation problem was investigated. The Mur method and the characteristic impedance method are compared. In both cases, the cases using the sound pressure showed good results.

1.はじめに

騒音は生活環境の快適さに関わる基本的な問題である。これらの騒音は音源から受信者までのスケールが大きいのに加え、障害物に音が当たることにより、音が回折や反射をし、どのような伝播をしているかの把握が難しい。そこで有限要素法による解析法を開発している。その際に解析上必要な透過境界に着目して境界に適用する条件、計算式について考察を行ったので、その結果を報告する。

2.音の伝播の基礎方程式

空気中を伝わる音の伝播は空気の粗密運動であり通常は粘性の影響を無視する事ができ、圧縮性非粘性の流れ基礎方程式に支配される。本研究では解析領域内の媒質(空気)が均一な場合を対象とし、次式(1)(2)を基礎方程式とした。

$$\text{音圧 } p \text{ に関する方程式} \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \cdot c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\text{擾乱流速 } \mathbf{v} \text{ に関する方程式} \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \cdot \nabla p = 0 \quad (2)$$

ここで c は音速, ρ_0 は媒質の平均密度である。

この2つの方程式を有限要素法によって離散化した。時間積分法には後退 Euler 法を用いた。

3.解析条件

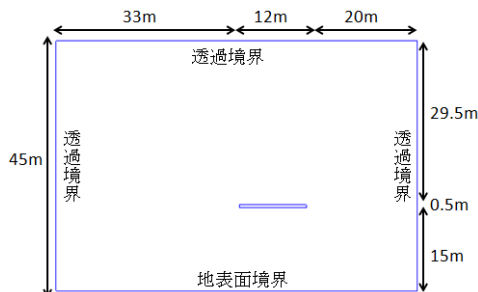


図1 解析領域

図1は本研究で用いた単位奥行きでの3次元解析領域である。要素は縦0.5m,横0.5m,奥行き1mの8節点六面体要素で要素数11676である。節点変数は音圧 p , 3成分の擾乱流速 v_x, v_y, v_z とした。領域の中央部に高架橋の

橋桁の断面を想定した扁平な長方形を配置した。本解析ではこれを音源とし、振動数 4Hz で上下振動させた。時間積分間隔 Δt は 0.01s とした。領域境界の扱いについては領域の下面境界をコンクリートを想定した固体境界として、他の3つの境界には透過境界を適用した。

4.透過境界条件

解析領域で音を透過させる透過境界条件についてはいくつか方法があるが、本研究では特性インピーダンスを用いた透過境界と境界面の節点値を差分的に与える Mur 法の2つを用いた。

4.1 特性インピーダンスを用いる方法

境界における音圧 p と擾乱流速の境界直交方向成分 v_n はインピーダンスによって次式のように関連づけられる。

$$v_n = -p / Z_n, p = -Z_n \cdot v_n \quad (3a, b)$$

この Z_n に特性インピーダンス $Z_c = \rho c$ を与えて透過境界条件とし、空気密度 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, 音速 $c = 340 \text{ m/s}$ とした。

本研究では次の2つの扱いについて検討した。

音圧の値を境界で与える方法

$$p^{t+\Delta t} = -Z_c v_n^t \quad (4a)$$

擾乱流速の値を境界で与える方法

$$v_n^{t+\Delta t} = -p^t / Z_c \quad (4b)$$

ここで p^t, v_n^t は時刻 t の節点値を表わしている。

4.2 Mur 法を用いる方法

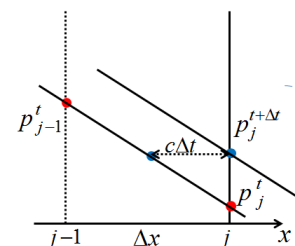


図2 Mur法による透過境界

Mur 法は図2のように音波が音速 c で境界を透過することを想定し、時刻 $t + \Delta t$ における境界値 $p_j^{t+\Delta t}$ を差分式から得られる式(5a)によって与える方法である。

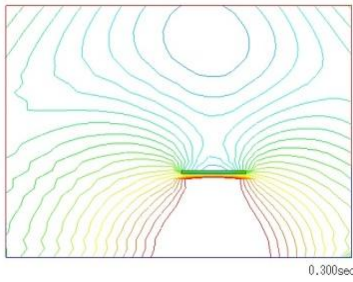


図 3 式(4a)を用いた解析

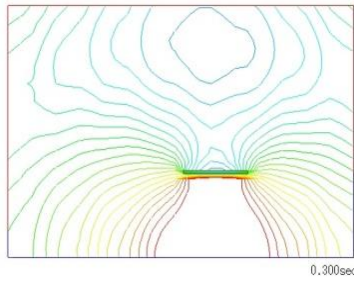


図 4 式(4b)を用いた解析

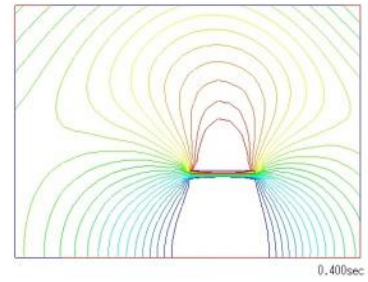


図 5 式(5a)を用いた解析

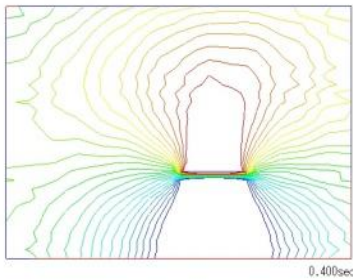


図 6 式(5b)を用いた解析

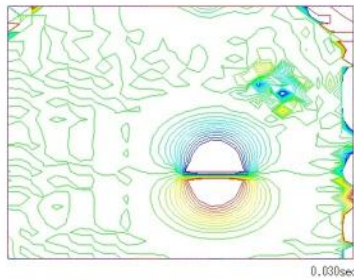


図 7 式(5c)を用いた解析

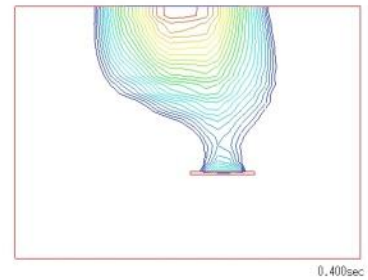


図 8 式(5a)と(5b)を用いた条件

$$p_j^{t+\Delta t} = p_j^t + ((p_{j-1}^t - p_j^t) / \Delta x) c \Delta t \quad (5a)$$

ここで j は透過境界上の節点, $j-1$ は境界内部の節点
 Δx は 2 つの節点の距離である.

本研究では, Mur 法を音圧 P の他に擾乱流速の直交成分 v_n 及び接線成分 v_s にも与える解析についても検討した.

$$v_{nj}^{t+\Delta t} = v_{nj}^t + ((v_{nj-1}^t - v_{nj}^t) / \Delta x) c \Delta t \quad (5b)$$

$$v_{sj}^{t+\Delta t} = v_{sj}^t + ((v_{sj-1}^t - v_{sj}^t) / \Delta x) c \Delta t \quad (5c)$$

5. 解析結果

透過境界条件の適用の違いによる解析結果の違いを音圧分布のコンター図で比較して示す.

5.1 特性インピーダンスを用いた結果

式(4a)の擾乱流速の値を境界に与える解析(図 3)について,音が透過境界を通過する様子は妥当な結果となったが,伝播途中の音圧分布が乱れた結果となった.

式(4b)の音圧の値を境界に与える解析(図 4)について,音が透過境界を通過する様子も妥当な結果となることに加えて,音圧分布も乱れず良好な結果となった.

5.2 Mur 法を用いた結果

式(5a)の Mur の方法を音圧 P に適用した解析は図 5 に示すように音が透過境界を通過する様子も妥当な結果となり,加えて音圧分布も乱れず非常に良好な結果となった.

式(5b)の Mur の方法を境界に直交する擾乱流速 v_n に適用した解析は,図 6 に示すように音が透過境界を通過する途中で境界の右側に音圧分布がよれる現象が見られ,結果として音圧分布が歪む結果となった.

式(5c)の Mur の方法を境界に接する擾乱流速 v_s に適用した解析は,図 7 に示すように結果が発散した.

5.3 Mur 法を 2 成分に適用した解析

式(4a)と(4c)を同時に用いる解析は,図 8 のように結果が発散した.これは音圧成分と境界直交成分の 2 成分を境界の値に与えたので,有限要素方程式を解くときに,過拘束により発散したと考えられる.

6. まとめ

特性インピーダンスを用いた解析においても Mur 法を用いた解析においても擾乱流速の値を境界に与える方法より,音圧の値を境界に与える方法の方が良好な結果となる事が分かった.

参考文献

- [1]野村卓史,高木耕平:「気象要因の影響を考慮した音の伝播に関する有限要素法解析」,応用力学論文集,Vol.9, p3~5, 2006
- [2]石川潤,野村卓史:「風速分布を有する音の伝播に関する有限要素解析」,土木学会 57 回年次学術講演会, 2006