

航空機・宇宙往還機の実線形特性の解析

—連続化法を用いたダイナミクス解析—

Analysis of Nonlinear Characteristics for an Aircraft and a Re-entry Vehicle
-Dynamical System Analysis Using Continuation Method-○岡藤裕樹¹, 安部明雄², 佐々修一², 嶋田有三²*Yuki Okafuji¹, Akio Abe², Shuichi Sasa² and Yuzo Shimada²

Abstract: The dynamical characteristics of aircraft and re-entry vehicle are described by the nonlinear systems with uncertain parameters. So far, since many studies about flight control were focused on the design method, the analysis of the nonlinear characteristics of the vehicle dynamics has not been sufficiently performed. Many flight control methods for the nonlinear system are configured by canceling the nonlinear characteristics using state transformation and feedback linearization. When there is a difference between the required input and feasible input, cancellation cannot be sufficiently achieved. So, the unexpected vibration and phenomena are caused by these effects. Therefore, in this study, the dynamic characteristics and stability of the vehicle are analyzed by use of bifurcation diagram.

記号の説明

r, h, R_{\oplus}	: 地心高度, 大気圏高度, 地球半径
V, γ	: 機体速度, 飛行経路角 (状態量)
σ	: バンク角 (パラメータ)
α	: 迎え角
C_L, C_D, D_a	: 揚力係数, 抗力係数, 抗力加速度
μ	: 地球重力定数
H	: スケール高度
m	: 機体質量
S	: 基準面積
ρ	: 大気密度

1. 研究背景

航空機や宇宙往還機の運動を表す動特性は、不確かなパラメータを有する非線形システムで表される。これまでの飛行制御の研究では、制御系の設計に力点が置かれており、制御対象の非線形な動特性の解析が十分になされていなかった。厳密な線形化法に代表される非線形システムの飛行制御方式は、制御対象の非線形な特性を非線形変換とフィードバックを用いて相殺する方法である。フィードバックによる動特性の相殺は、必要な入力と実現可能な入力の差異から実現できない場合が多く、その影響から予期せぬ望ましくない振動等を引き起こすことがある。

以上の背景より、想定される飛行環境下で、機体の非線形な動特性を解析し、予期せぬ挙動を事前に把握して制御系に還元する必要がある。

本研究では、状態量を $\mathbf{x} = [V, \gamma]^T$ とするスペースシャトル・オービタの動特性を表す状態方程式を用いて、制御入力であるバンク角 σ をパラメータとし変化させたときの、高度に応じた平衡点の変化および安定性を表す分岐線図を、連続化法により作成する。その分岐線図から、系の安定性について検証する。

2. 機体の動特性

地心高度 r 一定、状態量を速度、飛行経路 $\mathbf{x} = [V, \gamma]^T$ とするスペースシャトル・オービタの非線形状態方程式は次のように表さる^[1]。

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mu/r^2) \sin \gamma - D_a \\ -\{(\mu/r^2)/V - V/r\} \cos \gamma + D_a/V(C_L/C_D) \cos \sigma \end{bmatrix} \quad (1)$$

また、式(1)を式(2)のように略記する。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \sigma) \quad (2)$$

ここで、地心高度 r 、大気密度 ρ 、抗力加速度 D_a は次のように定義される。

$$\rho = \rho_0 \exp(-h/H) \quad (3)$$

$$r = R_{\oplus} + h \quad (4)$$

$$D_a = \rho V^2 S C_D / 2m \quad (5)$$

3. 連続化法による解析

非線形系の分岐線図を描くのに用いる連続化法とは、非線形システムの平衡点が、特異点を除き、パラメータ変化に対して連続的に変化していく性質を利用して、その軌道を追跡していく方法である^[2]。非線形システムの平衡点は、状態方程式(2)の状態量の微分値を零とした、次式を解くことで得られる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \sigma) = 0 \quad (6)$$

連続化法を式(6)に適用することで、変化させるパラメータ σ に対する各平衡点での状態量 $\mathbf{x} = [V, \gamma]^T$ が求まる。非線形システムの平衡点近傍での安定性は、平衡点で式(2)を線形化して得られる式ヤコビ行列と、その特性方程式(8)の極位置によって、リアプノフの第1の方法および中心多様体定理を用いて判別する。

$$\mathbf{J} = \partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \sigma) / \partial \mathbf{x} \quad (7)$$

$$|\mathbf{sI} - \mathbf{J}| = 0 \quad (8)$$

リアプノフの第1の方法は、極が複素平面の虚軸上にない場合に用い、元の非線形システムの平衡点近傍での安定性を判別できる。また、中心多様体定理は、極が複素平面の虚軸上に存在する場合に、平衡点の安定性を判別することができる。

4. 数値シミュレーション^[3]

前述のスペースシャトル・オービタの非線形な動特性の安定性を議論するため、数値シミュレーションにより分岐線図を作成した。Figure1, Figure2 にそれぞれ大気圏高度 $h = 30[\text{km}]$, $h = 55[\text{km}]$ において、バンク角 σ を $-45[\text{deg}]$ から $45[\text{deg}]$ まで変化させたときの平衡点での状態量 $\mathbf{x} = [V, \gamma]^T$ の変化の様子と、安定性を表す分岐線図を示す。また、Figure3, 4, 5 にそれぞれ大気圏高度 $h = 30[\text{km}]$, $h = 55[\text{km}]$, $h = 120[\text{km}]$ におけるバンク角 $\sigma = 0[\text{deg}]$ としたときの速度 V 対飛行経路角 γ の位

相図を示し、Table1 に平衡点での極位置を示す。

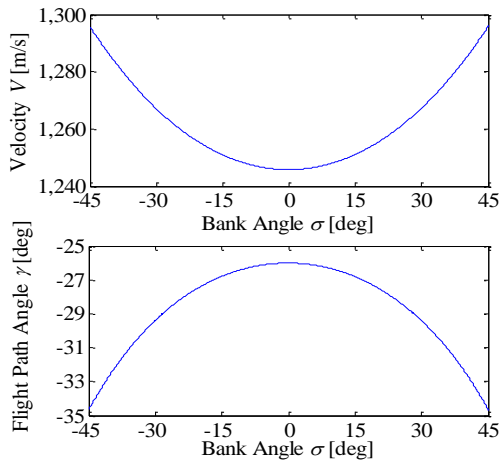


Figure1. Bifurcation diagram of σ vs $V, \gamma : h=30$ [km]

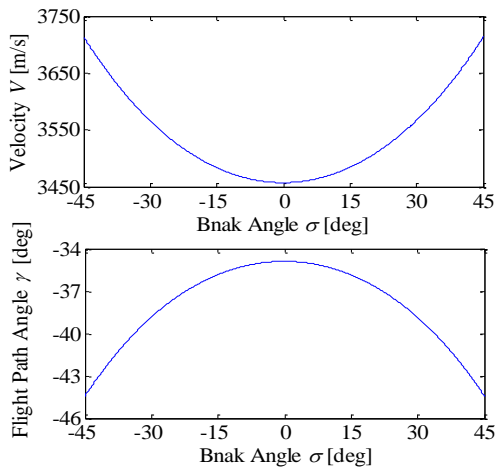


Figure2. Bifurcation diagram of σ vs $V, \gamma : h=55$ [km]

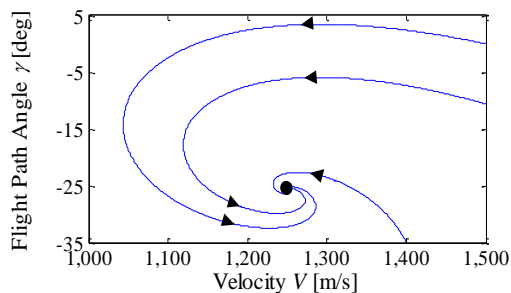


Figure3. Phase diagram of V vs $\gamma : \sigma=0$ [deg] $h=30$ [km]

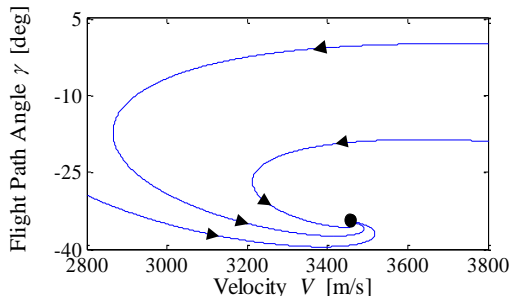


Figure4. Phase diagram of V vs $\gamma : \sigma=0$ [deg] $h=55$ [km]

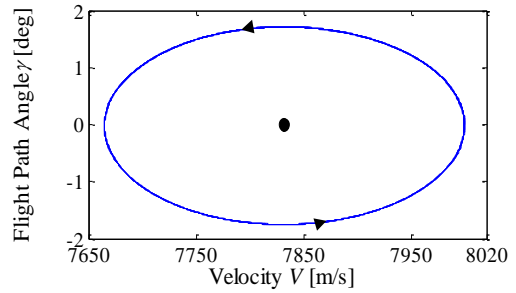


Figure5. Phase diagram V vs $\gamma, : \sigma=0$ [deg] $h=120$ [km]

Table1. Pole position of $h=30,55,120$ [km]

	Pole position
$h=30$ [km]	$-0.00336 \pm 4.78i$
$h=55$ [km]	$-0.00144 \pm 3.67i$
$h=120$ [km]	$\pm 0.00171i$

Figure1, Figure2 の実線は安定平衡点であることを表している。したがって、Figure1, Figure2 から、 -45 [deg] から 45 [deg] の範囲の各バンク角 σ に対して、不安定となる平衡点が存在したり、平衡点の数が増えたりせず、安定な平衡点が唯一存在することがわかる。Figure3, Figure4 より、 $h=30$ [km], $h=55$ [km] のとき、任意に選んだ初期値から出発した値はすべて同じ平衡点に収束している。また、Table1 よりこれらの平衡点は安定であることがわかり、Figure1, Figure2 に示した結果と一致している。また、Table1 より $h=120$ [km] のときの極位置は複素平面の虚軸上にあるため、Figure5 のようなリミットサイクルが生じている。

5. 結論

連続化法を用いパラメータ変化に対する平衡点での状態量の変化を分岐線図に表すことで、その変化の様子を安定性とともを示した。今回行ったシミュレーションでは、平衡点が不安定化したり個数が増えたりするなどの非線形現象は、確認されなかった。同様の解析を、横運動や異なる飛行条件下でも行い、制御系の設計に還元する。

6. 参考文献

- [1] 安部明雄, 嶋田有三, 内山賢治: 「エネルギー状態方程式による再突入誘導」, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.53, No.619, pp.358-366, 2005
- [2] 堀内伸一郎: 「非線形領域における車両の安定性と運動特性の解析法」, 機械の研究, 第 62 巻, 第 9 号, pp.856-864, 2010
- [3] Abe, A., Shimada, Y. and Uchiyama, K.: "Three-Dimensional Entry Guidance Using Exact Linearization", P-roceeding of 25th International Symposium on Space Technology and Science, pp.481-486, 2006