

電磁界の過渡応答解析における FILT 法と CIP 法の比較

Comparison of the FILT method and the CIP method in the transient response of electromagnetic field

○小林大輔¹, 古川慎一²*Daisuke Kobayashi¹, Shinichi Furukawa², Takashi Hinata

Abstract: This article presents the transient responses of lossy dielectric by using Fast Inversion of Laplace Transform (FILT) . We compared the FILT with CIP, and checked the validity of the CIP method in the analysis of a electromagnetic field.

1. はじめに

高性能なコンピュータが身近なものになり、電磁界解析手法として FDTD (Finite differential Time Domain) 法が広範囲に利用されている。筆者らも FDTD 法を用いて電磁波の散乱問題や多層プリント回路のパルス伝搬特性を解析してきた^{[1]-[2]}。近年では、新しい高精度な解析手法として CIP (Constrained Interpolation Profile) 法が注目されており、FDTD 法との比較が盛んに行われている^{[3]-[5]}が、高速ラプラス変換法 (Fast Inversion of Laplace Transform : 以下 FILT 法と記す)^[6]との比較は行われていない。

本研究では、FILT 法を用いて損失をもつ誘電体に電磁波が入射する場合の過渡応答を解析し、CIP 法による結果^[5]と比較検討した。

2. 解析モデルと解析法

図 1 に、解析モデルを示す。 $z < 0$ は真空中で $\epsilon = \epsilon_0, \mu = \mu_0$, $z > 0$ は損失を持つ誘電体で $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \mu = \mu_0$ である。入射波は $z = 0$ から $+z$ 方向に入射する。

Maxwell の方程式は次式で与えられる。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \epsilon_D \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \sigma \mathbf{E} = 0 \quad (\text{誘電体中}) \quad (2a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (\text{真空中}) \quad (2b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

式(1)~(4)により波動方程式は次式となる。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \left(\epsilon_D + \frac{\sigma}{s} \right) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{誘電体中}) \quad (5a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{真空中}) \quad (5b)$$

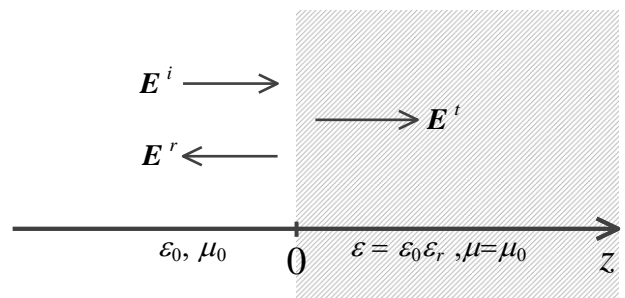


Figure 1. analysis model

式(5)をラプラス変換して

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon s^2 \mathbf{E} = 0 \quad (\text{誘電体中}) \quad (6a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 s^2 \mathbf{E} = 0 \quad (\text{真空中}) \quad (6b)$$

$$\text{但し } \epsilon = \epsilon_D + \sigma/s = \epsilon_0 \epsilon_r$$

を得る。sはラプラス演算子である。TE 波入射の場合、入射波 \mathbf{E}^i 、反射波 \mathbf{E}^r 、透過波 \mathbf{E}^t は式(6)の解として次式となる。

$$E^i(s) = E_0(s) \exp\left(-\frac{z}{c} s\right) \quad (7)$$

$$E^r(s) = E_0(s) \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} \exp\left(\frac{z}{c} s\right) \quad (8)$$

$$E^t(s) = E_0(s) \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_0} \exp\left(-\frac{z}{c_2} s\right) \quad (9)$$

$$\text{但し } c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, c_2 = 1/\sqrt{\mu_0 / (\epsilon_D + \sigma/s)},$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}, Z_2 = \sqrt{\mu_0 / (\epsilon_D + \sigma/s)}$$

$E_0(s)$ は入射波の波形を与える像関数で、本研究では

$$E_0(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \left\{ 1 + \exp\left(\frac{\pi}{\omega} s\right) \right\} \quad (10)$$

$$E_0(s) = -\frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{2\pi}{\omega} s\right) \right\} \quad (11)$$

但し $\omega = 2\pi f$

を用いた。式 (10)、(11) はそれぞれ sine 半波パル

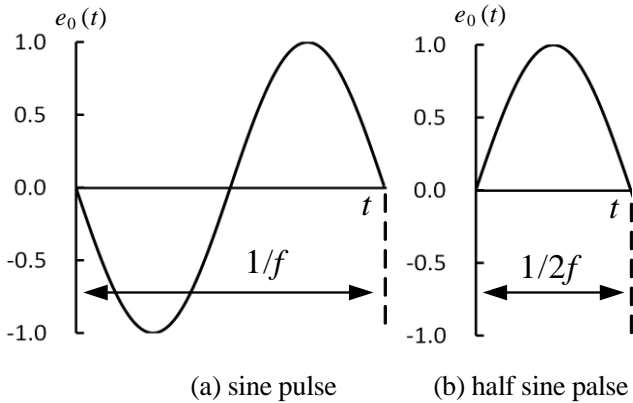


Figure.2 The wave form of the incident pulse.

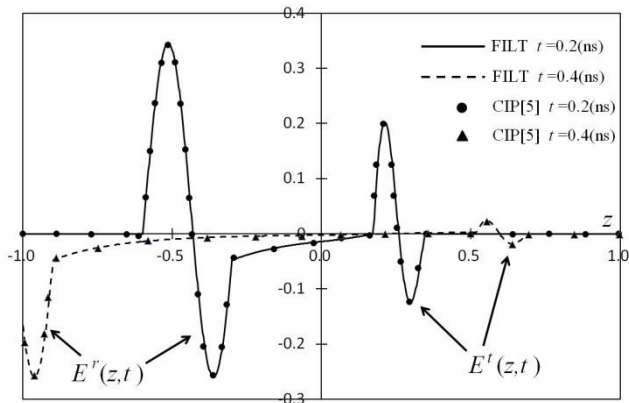


Figure 3. Pulse responses of $E^r(z,t)$ and $E^t(z,t)$

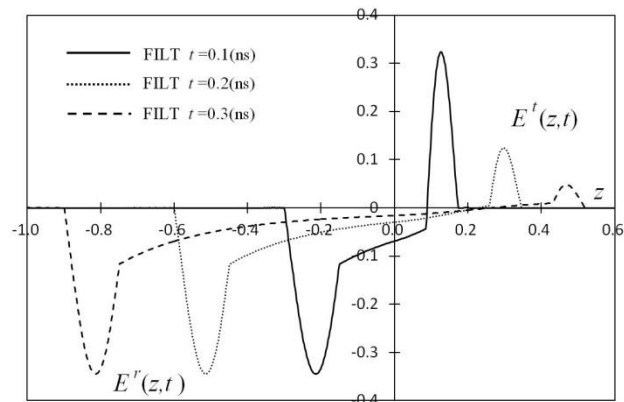


Figure 4. Pulse responses of $E^r(z,t)$ and $E^t(z,t)$

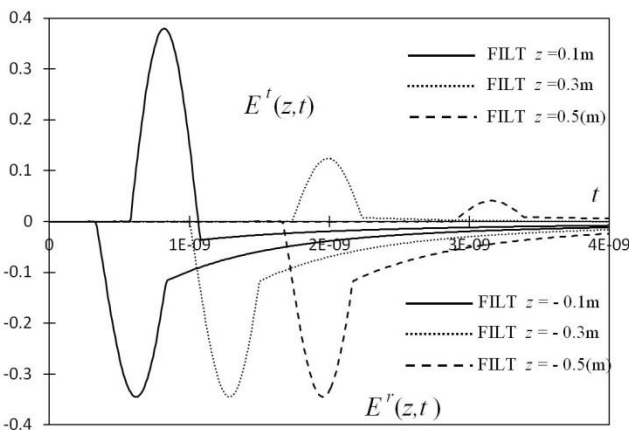


Figure 5. Pulse responses of $E^r(z,t)$ and $E^t(z,t)$

ス、sine 全波パルスで、波形を図 2 に示す。入射波の周波数 f 、誘電体の比誘電率 $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ は、文献[5]との比較のため $f = 1\text{GHz}$ 、 $\epsilon_r = 3 - j1$ とした。式(8)(9)を FILT 法により逆ラプラス変換し、時間応答を得る。

3. 解析結果

図 3 に文献[5]と同じ sine 全波パルスを入射した場合の、 $t = 0.2\text{ns}$ における応答波形を示す。横軸は z で、反射波と透過波の空間分布を表している。実線および破線が FILT 法の結果、●および▲は文献[5]の CIP 法の結果である。反射波 E^r は真空中を伝搬するので振幅に変化はないが、透過波 E^t は損失誘電体中を伝搬するので、経過時間とともに応答が減衰している。FILT 法と CIP 法の結果がよく一致しており、FDTD 法ではパルスの不連続部分に振動が発生する^[5]が、FILT 法では見られず、良好な解析が行われていることがわかる。

図 4、図 5 は sine 半波パルスを入射した場合の応答波形で、図 4 は $t=0.1\text{ns}$, 0.2ns および 0.3ns における空間分布、図 5 は $z=\pm 0.1\text{m}$, $\pm 0.2\text{m}$ および $\pm 0.3\text{m}$ における時間応答である。直流成分を多く含むために応答が長く尾を引く様子がわかる。

3. まとめ

電磁界の過渡応答解析について、FILT 法と CIP 法を比較した。FDTD 法に見られる不連続部の振動が無く、両者とも精度よく解析できることがわかった。詳細な制度の検討や他の事例による比較検討を今後の課題とする。

4. 参考文献

- [1] Kobayashi,D., S.Furukawa and T.Hinata, "Pulse Responses of a Two-layered Printed Circuit with an Improved Line-Pad Connected Structure", 電学論 A, Vol.129, No.10 (2009)
- [2] Kobayashi,D., S.Furukawa,T.Yamasaki and T.Hinata, "Transient Scattering of a Gaussian Pulse by a Conducting Rectangular Cylinder with an Open Side- Wall", PIERS2001 P.393 (2001)
- [3] T.Yabe and T.Aoki, "A Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One- dimensional solver", Comput. Phys. Commun, vol.66, (1991)
- [4] 橋本修, "実践 FDTD 時間領域差分法" 森北出版
- [5] 渡邊慎也, 橋本修, "CIP 法による電磁界解析の基礎", 信学誌, Vol.90, No.12, (2007)
- [6] 細野敏夫, "BASIC による高速ラプラス変換", 共立出版