# 内部に誘電体をもつ厚さのある角柱導体による電磁波の散乱

# Scattering of Electromagnetic Wave by rectangular cylinder with the thickness of Dielectric Constant.

尾崎亮介<sup>3</sup>, ○藤井健太<sup>1,</sup>, 近藤久純<sup>2</sup>, 山﨑恒樹<sup>3</sup> Ryosuke Ozaki<sup>3</sup>, Kennta Fujii<sup>1</sup>, Hisazumi Kondo<sup>2</sup>, Tsuneki Yamasaki<sup>3</sup>

**Abstract:** Recently, scattering problem of an arbitrary shape mixed conductor and dielectric has been reported by numerical techniques such as FDTD method. The atomic method which focuses on the electromagnetic fields and polarization in a scatterer is very effectiveness for the scattering problem. In this paper, we have analyzed the rectangular cylinder with the thickness of Dielectric Constant by using atomic method. Therefore, we investigated the accuracy of the analysis for scattering pattern by the size of the atom radius.

# 1. はじめに

任意形状物体による電磁波の散乱問題は、様々な数 値解法(モーメント法、境界要素法、有限要素法)により 報告されている<sup>[1]</sup>.アトム法は、散乱体の分極に着目 した手法の為、導体と誘電体が混合した物体に適用可 能で、任意形状を持つ混合物体の散乱問題に対して有 力な解法の一つである<sup>[2]</sup>.

本文では、導体と誘電体が混合した物体による電磁 波の散乱問題をアトム法を用いて解析し、アトム半径 が散乱特性に及ぼす影響を検討した.

#### 2. 解析方法

Fig.1に導体と誘電体の混合物体(断面: *c*×*a*)を示す. 混合物体は, z方向に一様で導体内部に誘電体 (*-b*/2 < *x* < *b*/2)を持つ構造とする.以下の混合物体に 対する解析では, Fig.2のように2次元アトム(半径 *r<sub>a</sub>*) を配置して任意形状の散乱体を形成する.入射波はz 方向の電界を持つTE波で

 $E_z^{(i)} \triangleq E_0 \exp\left\{-jk_0(x\cos\phi_i + y\sin\phi_i)\right\},\qquad(1)$ 

となる.但し, $k_0 \triangleq \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ , $\phi_i$ :入射角, $E_0$ :振幅である.

アトム法では、Fig.1の混合物体をFigのように間隔  $\Delta l$ の正方晶系によってアトムをM (= (2N+1)×D)個 配置する.以下に解析法の要点を述べる.

第nアトムにおける電磁界  $E_n$ は,入射波  $E_z^{(i)}$ と第n番目以外のアトムが作る電磁界の和により次式となる.

$$E_n = E_z^{(i)} + \sum_{m=1, m \neq n} A_m H_0^{(1)}(k_0 r_{m,n}), \qquad (2)$$

但し、 $H_0^{(1)}(k_0r_{m,n})$ は0次の第一種Hankel関数、 $A_m$ は第 mアトムの励振強度である. $r_{m,n}$ は、第mアトムから第 nトムまでの距離であり、第m,nアトムの位置をそれぞ れ $(x_m, y_m)$ ,  $(x_n, y_n)$ とすれば次式の通りである.

$$r_{m,n} \triangleq \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$$
, (3)  
式(2)の  $E_n$  は励振強度  $A_n$  とアトムインピーダンス  
 $Z_n$ を用いて次式のようになる.



Fig.1. Structure and coordinate system



Fig.2. atomic model

$$Z_n A_n = E_z^{(i)} + \sum_{m=1, m \neq n}^M A_m H_0^{(1)}(k_0 r_{m,n}), \qquad (4)$$

$$Z_{n} \triangleq \frac{E_{n}}{A_{n}} = \frac{k_{0}r_{a}H_{1}^{(1)}(k_{0}r_{a})J_{0}(k_{m}r_{a}) - k_{m}r_{a}H_{0}^{(1)}(k_{0}r_{a})J_{1}(k_{m}r_{a})}{k_{m}r_{a}J_{0}(k_{0}r_{a})J_{1}(k_{m}r_{a}) - k_{0}r_{a}J_{1}(k_{0}r_{a})J_{0}(k_{m}r_{a})}$$
(5)

但し、 $k_m \triangleq \omega \sqrt{\varepsilon_m \mu_0}$ ,  $\varepsilon_m$ :誘電率、 $\mu_0$ :透磁率である. 式(4)より次式の行列連立方程式が得られる.

$$\left[\mathbf{C}_{m,n}\right]\left[\mathbf{A}_{n}\right] = -E_{z}^{(i)}, \qquad (6)$$

$$C_{m,n} \triangleq (1 - \delta_{m,n}) H_0^{(1)}(k_0 r_{m,n}) - \delta_{m,n} Z_n,$$
(7)

但し、 $\delta_{m,n}$ はクロネッカーのデルタである.式(6)で得られた $A_n$ を用いて散乱波 $E_z^{(s)}$ は次式となる.

1:日大理工・院(前)・電気 2:ミツミ電機(株), 3:日大理工・教員・電気,

$$E_{z}^{(s)} \triangleq \sum_{n=1}^{M} A_{n} H_{0}^{(1)}(k_{0}r_{n}) , \qquad (8)$$

ここで, *r<sub>n</sub>*は(*x<sub>n</sub>*, *y<sub>n</sub>*)にあるアトムと観測点*P*(*x*, *y*)との距離である.式(8)の遠方界は次式となる.

$$\lim_{r \to \infty} E_z^{(s)} = \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} F(\theta) \exp\{j(k_0 r - \frac{\pi}{4})\}, \qquad (9)$$

数値結果で示す散乱振幅は次式から求めた.

$$\left|F\left(\theta\right)\right| \triangleq \left|\sum_{n=1}^{M} A_{n} \exp\left\{-jk_{0}\left(x_{n}\cos\theta + y_{n}\sin\theta\right)\right\}\right|.(10)$$

## 3. 数值結果

Fig.3 は,  $x = -a/2 \sim a/2$ がすべて完全導体(c = 0の場 合)でのモード数Nに対する散乱振  $|F(\theta = 45^{\circ})/F \max|$ の収束を示したものである.アトム半径が $r_a = \Delta l/2$ ,  $r_a = \Delta l/4$ ,  $r_a = \Delta l/10$ ,  $r_a = \Delta l/20$ の場合について収束 を示した.導体の場合,  $k_m \to \infty$ なのでアトムインピー ダンスは(3)式より求めた  $Z_n = -H_0^{(1)}(k_0r_a)$ を用いている. 解析の条件は入射角  $\phi = 45^{\circ}$ ,規格化周波数 $k_0a = 16\pi$ とした.ストリップ導体の場合は厳密解<sup>[3]</sup>が求まって いるため Fig.3 に値を示した.Fig.3 より次のことがわ かる.(1)各  $r_a \subset N$ を大きくすれば文献[3]の真値に収束 する.(2) $r_a = \Delta l/4$ の場合の収束が最も早い.

次に, Fig.4 は導体と誘電体(b/a = 0.5,  $\varepsilon_m/\varepsilon_0 = 5$ )が混 合した物体の収束である. Fig.4 より誘電体の場合, N = 1000以上で一定の値に収束し、導体の場合と同様 に $r_a = \Delta l/4$ の収束が早い.

Fig.5は、c = 0としたストリップ導体(規格化周波 数: $k_0a = 16\pi$ ,入射角: $\phi = 45^\circ$ )の場合で打ち切りモー ド数N=100,300,500,1000に対する規格化半径  $R_a (= 2r_a/\Delta l)$ の収束である.Fig.5より $R_a > 0.4$ はと打 ち切りモード数Nを300以上にすれば文献[3]の外挿値 (真値)に近づくので、 $R_a = 0.4$ , N  $\geq$  300を用いてFig.6を 解析をした.

Fig.6は,  $R_a = 0.4$ , N=300としてb/a = 0.5, c/a = 0.1,  $\phi_i = 45^\circ$ のとき,散乱振幅 $|F(\theta)|$ を導体び場合と比較し、  $\varepsilon_m/\varepsilon_0 = 1,5$ の場合を比較した.Fig.6より誘電率の影響 は主ローブとサイドローブに現れ, $\varepsilon_m$ を大きくすると 導体の結果に近づく.

#### 4. まとめ

本文では、アトム半径が散乱特性に及ぼす影響を TE 波入射の場合において検討し、散乱振幅の精度のよい  $R_a$ を示した.また、アトムインピーダンス  $Z_a$ を用いる ことにより誘電体と導体について精度よく解析できる ことを示した.今後は TM 波の解析を行う予定である.

### 参考文献

- J. H. Richmond, IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-13, pp.334-341(1965).
- [2] 細野裕行,細野敏夫,"アトムモデルによる散乱解析"
   信学論(C), Vol.J83-C, No.9, pp.812-818(2000).
- [3] 山崎,日向,細野, "ストリップ導体による電磁波の散乱" 電学論 (A), Vol.113-A, No.3, pp.176-184(1993).
- [4] 近藤,尾崎,山﨑,日本大学学術講演会 L-28 pp981-982 (2013)
- [5] 近藤,尾崎,山崎, 電気全大 1-018(2014)



Fig.6 Scattering pattern