

車長を考慮した交通流セルオートマトンモデルの提案と解析

Proposal and Analysis of cellular automaton model for traffic flow considering vehicle length

○奈良橋 諭¹, 浜松 芳夫², 星野 貴弘²*Satoru Narahashi¹Yoshio Hamamatsu²Takahiro Hoshino²

Abstract: It is necessary to understand the characteristics of the actual traffic flow in order to solve the traffic congestion. NaSch model is one of the cellular automaton models for traffic flow and represents well the congestion. A vehicle is assigned one cell in NaSch model. Discretization error is increased by longer actual length per one cell. We propose a model in which is assigned number of cells depending on vehicle length to reduce the discretization error. We discuss the validity of the mathematical model, by comparing the analysis results and Monte Carlo simulation of the mathematical model.

1. はじめに

渋滞は日常生活や企業活動の経済的損失など様々な問題につながる。そこで、渋滞の解消には、実際の交通流の特性を把握する必要がある。このことから交通流のシミュレーションや数学モデルにより再現する研究が多くなされている。

交通流を表す数学モデルには、交通流を連続的な流体として考える流体モデルや個々の車両が前を走る車両からの刺激を受けて、その挙動を決定する追従モデルがある。また、セルオートマトンモデルでは、道路を一定距離のセルに分割し、車両の有無や速度を離散値で表すことにより車両の挙動を表現する。

提案モデルのベースとなる Nagel-Schreckenberg モデル (NaSch モデル) は、確率セルオートマトンモデルを利用した交通流モデルの一つである^[1]。実際の車両挙動を忠実に表すことで、渋滞の形成過程をよく再現するモデルとして知られている。しかし、車両 1 台あたり必ず 1 セル割り当てられるため、1 セルの実際の長さを長くするほど離散化誤差は大きくなる。そこで、本研究では離散化誤差の低減のために車両 1 台が占有するセル数を任意としたモデルの構築を行う。また、数学モデルの解析結果とモンテカルロシミュレーションにより得られた結果とを比較し、数学モデルの妥当性を検討する。

2. Nagel-Schreckenberg モデル

提案モデルのベースとなる NaSch モデルについて説明する。Fig.1 に示すように、NaSch モデルでは道路に対応する L 個のセルがある。このセル上を合計 N 台の車両が決まった方向に進む。 L と N により、交通密度は $\rho = N/L$ と表される。車両群中の $n(1 \leq n \leq N)$ 番目の車両速度を $v_n(0 \leq v_n \leq v_{max})$ とし、車両の位置は x_n として表す。ここで、 v_{max} をシステム内の最高速度、 n 番目の車両と $(n+1)$ 番目の車両の車頭間隔を $d_n = x_{n+1} - x_n$ とする。

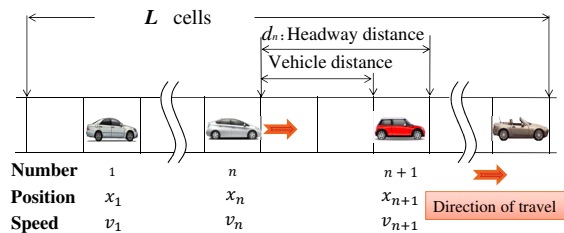


Fig. 1: Schematic diagram of the model NaSch

次に、NaSch モデルにおける車両位置の更新ルールを以下に示す^[2]。

- (1) 加速 任意の車両の速度が $v_n < v_{max}$ のとき、 $v_n \rightarrow v_n + 1$ とする。
- (2) 減速 $v_n \geq d_n$ となると、前の車両との衝突を避けるため $v_n \rightarrow d_n - 1$ とする。
- (3) ランダム化 $v_n > 0$ のとき、確率 p で速度を 1 減少させる。すなわち $v_n \rightarrow v_n - 1$ とする。
- (4) 車両移動 (1) から (3) により決定された速度 v_n により、車両の位置を $x_n \rightarrow x_n + v_n$ とする。

対象モデルの基本特性を評価するため、解析をおこなう。確率 g を車両が単位時間後に前方のセルに進む確率とし、現時点のセルに留まる確率を $\tilde{g} = (1 - g)$ とする。時点 t において車間距離が j である状態確率を $P_j(t)$ とすると定常状態確率は $P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P_j(t)$ と表される。定常状態において、以下の関係式が成立する。

$$P_0 = \tilde{g}[P_0 + \tilde{p}P_1] \quad (1)$$

$$P_1 = gP_0 + [(\tilde{p}g + p\tilde{g})P_1 + \tilde{p}\tilde{g}P_2] \quad (2)$$

$$P_j = pgP_{j-1} + [(\tilde{p}g + p\tilde{g})P_j + \tilde{p}\tilde{g}P_{j+1}]; j \geq 2 \quad (3)$$

交通密度 $\rho (= N/L)$ より、平均車頭間隔は $1/\rho$ と表される。また、期待値の定義式より、平均車頭間隔を表せば、以下の関係式が成立する。

$$\frac{1}{\rho} = \sum_{j=0}^{\infty} (j+1)P_j \quad (4)$$

(1)~(4) 式より、 g について解くと、

$$g = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\tilde{p}(1 - \rho)\rho}}{2\rho} \quad (5)$$

となり、 $J = \rho g$ より流量 J は求められる。

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

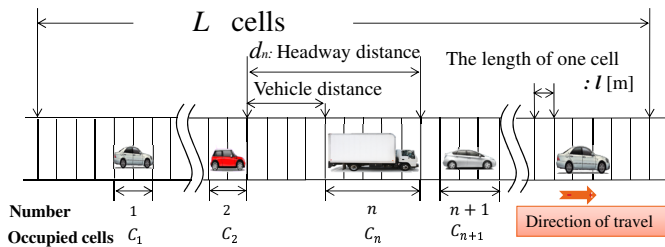


Fig. 2: Proposed model

3. 提案モデル

NaSch モデルでは、車両 1 台に必ず 1 セルを割り当てているため、離散化誤差が大きくなってしまふ。離散化誤差の低減のため、車両に割り当てるセル数を任意としたモデルを提案する。提案モデルの略図を Fig.2 に示す。NaSch モデルでは車両占有セル数 $C = 1$ 一定となっていたが、車両占有セル数を任意とするため、 n 番目の車両の占有セル数を C_n と表す。

車両占有セル数を任意とすると、前に述べた更新ルールの **〈2〉** 減速が変更となる。NaSch モデルでは $v_n \geq d_n$ のとき、 $v_n \rightarrow d_n - 1$ としていたが、提案モデルでは前方車両のセル数は C_{n+1} と表されるため、 $v_n \rightarrow d_n - C_{n+1}$ と変更される。その他のルールについては、NaSch モデルと同様である。

次に解析時の変更点について述べる。NaSch モデルでは、全ての車両が 1 セルを占有していたため、平均車頭間隔に関する条件式 (4) が成立した。しかし、提案モデルでは、 n 番目の車両の前方には C_{n+1} セルを占有する車両が存在するため、(4) 式は以下のように書き直される。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^{\infty} (j + C_n) P_j}{N} \quad (6)$$

(6) 式を用いて具体的に、 $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C$ とした場合の平均速度 g は (7) 式となる。

$$g = \frac{\rho + C\bar{\rho} - \sqrt{(\rho + C\bar{\rho})^2 - 4C\rho\bar{\rho}}}{2C\rho} \quad (7)$$

流量に関しても、同様に $J = \rho g$ で求められる。

4. 考察

数学モデルの妥当性を検討するために、モンテカルロシミュレーションとの比較を行う。シミュレーション時間は $100000\Delta t$ 、道路長を $L = 30000$ セルとし、初期配置は乱数により決定した。

Fig.3 に、車両占有セル数 $C = 3$ 一定、ランダムブレーキ確率 $p = 0.3, 0.5, 0.7$ における密度に対する流量の変化を示す。図中の実線は (7) 式の理論解より得られる結果であり、 $\circ\triangle\Box$ はシミュレーションによる結果を示している。各 ρ に対して、シミュレーションは 5 回ずつ行っている。(7) 式より得られた理論値とシミュレーション結果はよく一致していることがわかる。これより数学モデルの妥当性を確認することができた。

Fig.4 に、車両占有セル数である C の増加における密

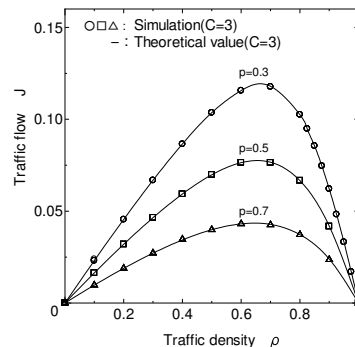


Fig. 3: Comparison result

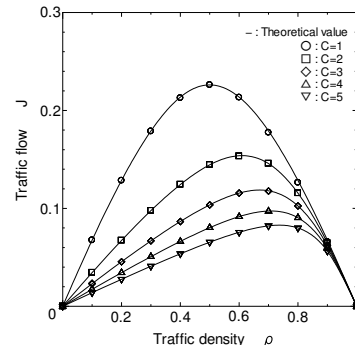


Fig. 4: Comparison result

度に対する流量の変化を示す。Fig.3 と同様に、図中の実線は (7) 式の理論解より得られる結果であり、 $\circ\Box\triangle\Delta$ はシミュレーションによる結果を示している。図より車両占有セル数である C の増加に伴い、流量は減少している。これは、ある交通密度における車両占有セル数の大きいモデルのシステム内車両数は、小さいモデルに比べて少ないためである。また、車両占有セル数の増加に伴い、臨界密度も高くなっていることがわかる。各車両の前方に 1 セルの空きがある状態が臨界密度である。臨界密度では、車両群が $N \times C$ セルを占有し、空きセルは車両数分の N セル存在する。このとき、 $N(1 + C) = L$ が成立する。したがって、 C を任意としたときの臨界密度におけるシステム内車両数は $N = L / (1 + C)$ であるため、臨界密度は $\rho = C / (1 + C)$ と表される。この関係式より、車両の占有セル数の増加に伴い、臨界密度が高くなることは明らかである。

5. まとめと今後の課題

離散化誤差の低減のため車両 1 台が占有するセル数を任意としたモデルの構築を行い、提案したモデルの理論解の妥当性が確認できた。

今後の課題としては、車両への割当てセル数と離散化誤差の関係を明らかにすることである。

参考文献

[1] K.Nagel and M.Schreckenberg : "A cellular automaton model for freeway traffic", J.Phys.I,2,12,pp.2221-2229(1992)
 [2] A.Schadschneider and M.Schreckenberg:"Car-oriented mean-field theory for traffic flow models", J. PhysicsA : Math.Gen.,30,pp.L69-L75(1997)