

輸送システム合流部のモデル化と検討

A study of the Modeling of a Merging Section on Transportation Systems

○田 川¹, 星野 貴弘², 浜松 芳夫²

*Chuan Tian¹, Takahiro Hoshino², Yoshio Hamamatsu²

Abstract: This study deals with a merging section of transportation systems. The analysis of the behavior of vehicles is based on an idealized model. Using the Markov chain technique, a stochastic model is constructed. The relationship between the maximum queue length and the behavior of traffic is examined.

1. はじめに

本研究は、輸送システムの合流部を対象とする。合流部では、1 台の車両が別々に走行するのではなく、場合によっては列車編成で走行する個別輸送システムの合流部を対象とする。フランスの ARAMIS は、車両が直接機械的に結合されるのではなく、約 300mm の間隔で電子的に制御され列車編成の状態を保ち走行する [1]。

合流部において車両を連結させるとき旅行時間の観点からすれば待っている車両を無制限に待たせてしまうことは好ましくない。このため、車両の待ち台数に制限を設ける。本研究では、待ち台数の制限と車両挙動の関係に関する基礎的な検討を行う。

2. 合流部モデル

個別輸送システムの車両走行の制御方式には、基本的に点追従制御と車両追従制御がある [2]。点追従制御は、地上計算機が仮想的な移動セルを発生し、実際の車両はこのセルに割付られる。本研究の車両の運行制御方式は、点追従制御とする。移動セルの時間間隔を Δt とし、システムの単位時間とする。

Fig.1 に合流部モデルの概略図を示す。ここでは、制限台数を n 台とした。基本的な車両挙動を検討するために車両は連結されておらず個々の車両が別々に到来するものと仮定する。車両が到来するか否かは、システムの単位時間 Δt (最低車等間隔) ごとに観測する。 Δt 時間内には最大 1 台の車両しか到来しない。Line1 上の Zone1 に車両が到来する確率、すなわちセルに車両が割り付けられている確率を p_1 とし、割り付けられていない確率を $q_1 (= 1 - p_1)$ とする。同様に Zone2 に車両が到来する確率を p_2 とし、到来しない確率を $q_2 (= 1 - p_2)$ とする。Fig.2 に本マルコフ連鎖モデルの状態推移図を示す。

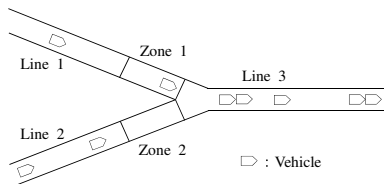


Fig. 1: Schematic diagram of a merging section.



Fig. 2: State transition diagram of the Markov model.

3. 解析

Fig.2 よりマルコフ連鎖の推移確率行列 R が与えられる。また、平衡状態確率分布 P を

$$P = [P_0 \ P_1 \ P_{-1} \ P_2 \ P_{-2} \ \dots \ P_n \ P_{-n}] \tag{1}$$

と定義し、 $P = PR$ と確率の正規化条件

$$P_0 + \sum_{i=1}^n P_i + \sum_{i=1}^n P_{-i} = 1 \tag{2}$$

を用いれば、各平衡状態確率 P_i は、解析的に陽に求められ、以下の (3) 式から (5) 式となる。

$$P_0 = \frac{(p_1 q_2 - q_1 p_2)(p_1 q_2)^n (q_1 p_2)^n}{(p_1 q_2)^{2n+1} - (q_1 p_2)^{2n+1}} \tag{3}$$

$$P_i = \left(\frac{p_1 q_2}{q_1 p_2}\right)^i P_0 ; 1 \leq i \leq n \tag{4}$$

$$P_{-i} = \left(\frac{q_1 p_2}{p_1 q_2}\right)^i P_0 ; 1 \leq i \leq n \tag{5}$$

すべての平衡状態確率が得られたので、Zone1 および Zone2 のそれぞれの平均待ち台数 L_1, L_2 を期待値の定義式より求める。まず、 $p_1 \neq p_2$ の場合の L_1, L_2 は、それぞれ、

$$\begin{aligned} L_1 &= \sum_{k=1}^n k P_k \\ &= \frac{(p_1 q_2)^{n+1} \{ (q_1 p_2)^{n+1} - (n+1)(p_1 q_2)^n (q_1 p_2) \}}{(p_1 q_2 - q_1 p_2) \{ (p_1 q_2)^{2n+1} - (q_1 p_2)^{2n+1} \}} \\ &\quad + n(p_1 q_2)^{n+1} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= \sum_{k=1}^n k P_{-k} \\ &= \frac{(q_1 p_2)^{n+1} \{ (p_1 q_2)^{n+1} - (n+1)(q_1 p_2)^n (p_1 q_2) \}}{(p_1 q_2 - q_1 p_2) \{ (p_1 q_2)^{2n+1} - (q_1 p_2)^{2n+1} \}} \\ &\quad + n(q_1 p_2)^{n+1} \end{aligned} \tag{7}$$

で与えられる。さらに、平均通過遅れ時間 W_1, W_2 はリトルの公式 [3] より、

$$W_1 = L_1 / p_1, \quad W_2 = L_2 / p_2 \tag{8}$$

1:日大理工・院・電気 2:日大理工・教員・電気

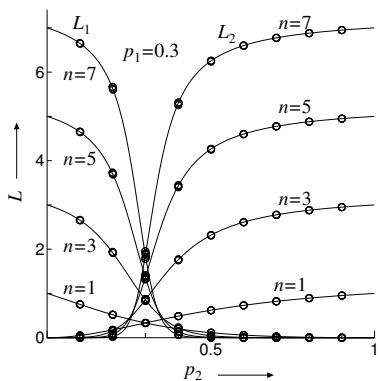


Fig. 3: Numerical example of the mean queue length.

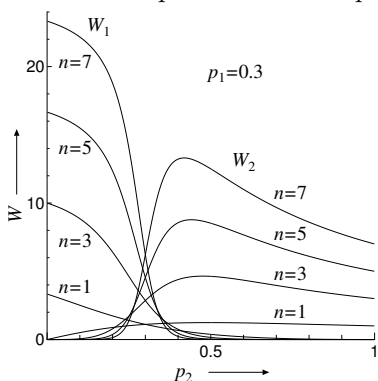


Fig. 4: Numerical example of the mean queuing delay.

で求められる。また、 $p_1 = p_2$ の場合、 $p_1 q_2 = q_1 p_2$ となるため、この条件を (3) 式から (5) 式に代入すれば、

$$P_0 = 1/(2n + 1) , P_i = P_0 , P_{-i} = P_0 \quad (9)$$

となる。この結果、すべての状態確率の値が P_0 に等しい等確率分布となる。よって、 $p_1 = p_2$ の場合の平均待ち台数 $L (= L_1 = L_2)$ は、

$$L = \frac{n(n + 1)}{2(2n + 1)} \quad (10)$$

で与えられ、 n のみに依存し、車両の到来頻度には無関係であることがわかる。また、平均通過遅れ時間 $W (= W_1 = W_2)$ は、 $p = p_1 = p_2$ より、

$$W = L/p \quad (11)$$

で求められる。

次に、本合流部での合流制御戦略が車両を連結することであることから、連結されて合流部を出力した車両と 1 台のみで出力された車両について検討を行う。まず、それぞれの Zone で待ち台数が制限台数となっている確率は、(4) 式と (5) 式より、

$$P_n = \frac{(p_1 q_2 - q_1 p_2)(p_1 q_2)^{2n}}{(p_1 q_2)^{2n+1} - (q_1 p_2)^{2n+1}} \quad (12)$$

$$P_{-n} = \frac{(p_1 q_2 - q_1 p_2)(q_1 p_2)^{2n}}{(p_1 q_2)^{2n+1} - (q_1 p_2)^{2n+1}} \quad (13)$$

である。したがって、Zone i から 1 台で出力される確率を $d_i (i = 1, 2)$ とすれば、次式となる。

$$d_1 = p_1 q_2 P_n , d_2 = q_1 p_2 P_{-n} \quad (14)$$

4. 数値計算例

ここでは、数値例により本合流部モデルの特徴を明らかにする。Fig.3 に p_2 に対する L_1, L_2 を n をパラメータとして示す。また、 $p_1 = 0.3$ 一定とした。図中の○印はシミュレーション結果を示す。乱数の初期値を変え、50 万 Δt のシミュレーションを 5 回行った。シミュレーション値と理論値は、よく一致しており数理モデルの妥当性を確認できた。 $p_2 \approx 0$ における L_1 および $p_2 \approx 1$ における L_2 は共に制限台数 n に近づく。また、 L_1 と L_2 の交点は $p_1 = p_2$ であり、そのときの平均待ち台数 L の値は (10) 式で与えられる。 p_2 に対して、 L_1 は単調減少、 L_2 は単調増加となる。さらに、制限台数 n が増加するほど変化が急峻になっている。ここでは、紙面の都合上、 $p_1 = 0.3$ 以外の例を示せなかったが、他の値でも同様な結果となることを確認している。

次に、Fig.3 と同条件で、それぞれの Zone における平均通過遅れ時間 W_1, W_2 を Fig.4 に示す。 p_2 に対して、 W_1 は単調減少となるが、 W_2 は極大値を持つ。これは、制限台数によって 1 台で出力される車両台数が増加することにより、待ち時間の増加が抑えられているためと考えられる。この極大値となる p_2 の値は、 $dW_2/dp_2 = 0$ の条件より求められる。 $n = 1$ の場合は、解析的に求まり

$$p_2 = \frac{p_1}{\sqrt{p_1^2 - p_1 q_1 + q_1^2}} ; p_1 \leq 0.5 \quad (15)$$

となる。しかし、 $n \geq 2$ では、4 次方程式以上となり、 p_2 を解析的に求めることは困難である。ただし、数値解析の結果、極大値をとる p_2 は n が大きくなるにしたがい、 p_1 に近づくことから、 p_2 の値がほぼ (15) 式の値を超えた場合には、1 台で合流部から出力される車両の数が多くなるものと考えられる。

5. まとめと今後の課題

本合流部の数理モデルをマルコフ連鎖の手法を用いて構築した。平均待ち台数や平均通過遅れ時間などの車両挙動に関する諸量を解析的に陽に求めることができた。数値計算例などによって、本合流部モデルの特徴を明らかにすることができた。

これらの結果、合流部の設計や評価に対し、有益な資料を提供することができた。今後の課題として、到来車両が複数台となる場合やそれぞれの流入路における制限台数が異なる場合などについて検討を行う予定である。

参考文献

[1] 井口雅一・山下恭生：新交通システム，pp.47-56，朝倉書店（1985）
 [2] S.Araya “: New Transportation System and Automatic Vehicle Control”，Journal of IECE, 64, 1, pp.43-49 (1981) (in Japanese) 荒屋真二：「新交通システムと自動運転制御」，信学誌，64, 1, pp.43-49 (1981)
 [3] S.Stidham: “A Last Word on $L = \lambda W$ ”，Oper. Res., 22, 2, pp.415-421 (1974)