L-56

巡回セールスマン問題における n-opt 法適用の検討

Study of application of n-opt algorithms for traveling salesman problem

○叶　暁強[1]，浜松　芳夫[2]，　星野　貴弘[2]
*Xiaoqiang Ye[1], Yoshio Hamamatsu[1], Takahiro Hoshino[2]

Abstract: The Traveling Salesman Problem (TSP) is a NP-hard problem. This problem is solved using various heuristics. One of the popular heuristics is n-opt local search. There are mainly two application methods of the n-opt algorism. The first is that using n_1-opt algorism with the initial solution and then sequentially using n_2-opt algorism with the solution after using n_1-opt algorism. This method is called sequential application. The other is using n_1-opt algorism and n_2-opt (n_2<n_1) algorism simultaneously. When n_1-opt algorism is used, this application method is exchanging n_1 branches and n_2 branches within n_1 branches at same time. This method is called simultaneous application. We discuss the application methods of n-opt algorism by using benchmark problems in this research.

１．はじめに

本研究は, 巡回セールスマン問題（traveling salesman problem，TSP）を対象とする．巡回セールスマン問題とは，与えられた全ての都市をそれぞれ一回ずつ訪問してから，はじめの都市に戻る巡回路の内，最短距離となるものを求める問題である．巡回セールスマン問題の応用として，配送計画問題や回路基板穿孔問題などが挙げられ，TSP の解法によりさまざまな分野での作業の効率化や費用の削減が期待ができる. 都市数がn個の問題では，巡回路は全部で$(n-1)!/2$通りである．単純な厳密解法である列挙法は問題の規模によっては全通りの巡回路を調べることは困難であるため，用いることができない場合がある．このような背景から，巡回セールスマン問題に対する近似解法の研究が行われてきた[1].

n-opt 法による改善は対象となる枝の本数が増えるほど, 改善効果が高いことが知られている. n-opt 法は様々な使い方があり，例えば，問題に対して 2-opt 法による改善後の解に対して，さらに 3-opt 法による改善を行うような適用の仕方を逐次適用と呼ぶことにし，この例は 2-3opt 法と表す．また，3 章で詳述するが問題に対して 3-opt 法の改善と同時に 2-opt 法の改善を行うこともできる．このような適用の仕方は同時適用と呼ぶことにし, 2-opt 法と 3-opt 法を同時に用いる場合は 3+2opt 法と表示する．

本研究では n-opt 法の組み合わせ方式が精度や計算時間に与える影響を検討する．具体的にはベンチマーク問題に対して，逐次適用と同時適用またその 2 つを組み合わせて用いた場合の計算時間と精度を比較する．

２．n-opt 法

TSP における代表的な改善法である 2-opt 法，3-opt 法，…，n-opt 法は既存の巡回路に対し，2，3，…，n 本の枝をつなぎ直し，別の巡回路を作ることで改善する方法である．

＜2.1＞2-opt 法　Fig.1 のように現在の巡回路の 2 本の枝(a,c)と(b,d)のコストと，この枝を切り離し，再び巡回路になるようにつなぎ直した(a,b)と(c,d)のコストを比較し，改善された場合には巡回路を更新する．ハミルトン閉路を構成するためには(a,d)と(b,c)を結ぶことが出来ないため, (a,c)と(b,d)を選択した時点でつなぎ直し方は(a,b)と(c,d)の 1 通りに定まる．n都市の問題において，2 本の枝の候補は全部で ${}_nC_2=n(n-1)/2$ 通りである．具体的なアルゴリズムは以下の通りである．

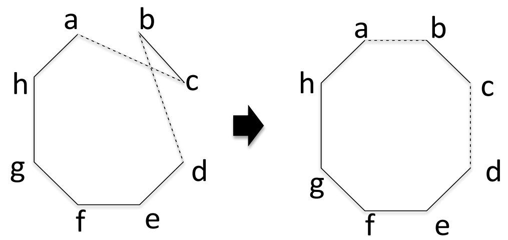

Fig. 1 2-opt algorithm

1. 初期巡回路を作る．
2. 任意の 2 本の枝（a,c）と（b,d）に対して，$C_{ab}+C_{cd}<C_{ac}+C_{bd}$ となる枝がなければ終了．
3. $C_{ab}+C_{cd}<C_{ac}+C_{bd}$ となる枝があれば枝（a,c）と（b,d）を枝（a,b）と（c,d）とでつなぎ直して新しい巡回路を作り，2 に戻る．

＜2.2＞3-opt 法　3-opt 法は 2-opt 法の拡張である. 2-opt 法は交換する枝の本数が 2 本であるため，加える枝は一意に定まるが，3-opt 法の場合は 3 本である．そのため, 枝のつなぎ方は全部で 4 通り（Fig.2 で示す）である．n都市の問題において，3-opt 法の候補は全部で ${}_nC_3$ =n

1：日大理工・電気　2：日大理工・教員・電気

(*n*-1)(*n*-2)/6 通りである．

同様に n-opt 法は, n 本の枝を交換する改善法である．

３．n-opt 法の適用方式

＜3.1＞逐次適用　最適解が得られている TSPLIB[1] の問題を用いる．誤差率はεと表示する．逐次適用法とは，問題に対して，複数の n-opt 法を逐次適用し，解の改善を行う適用の方式である．例えば，2-opt 法と 3-opt 法の逐次適用 2-3opt 法を用いると Fig 2 のように改善される．図では 2-opt 法を実行した解に対し，さらに 3-opt 法で改善処理を行う．Fig.2(3)の丸印の部分は 2-opt 法後の解に 3-opt 法を用いることで新たに改善された部分経路である， 3-opt 法が改善されるところである．

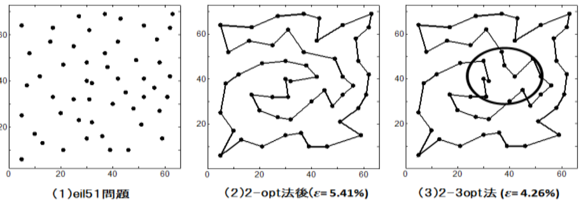

Fig. 2 Sequential applied way

＜3.2＞同時適用　n_1-opt 法では，交換対象となるn_1本の枝交換による改善量を求める．その際，n_1本中の任意の$n_2(<n_1)$本の枝に対しても交換による改善量を求める．同時適用は，このn_1本の枝の交換パターンとn_2本の枝の交換パターンの内，最大の改善量を与える枝の交換で交換する．

例えば，3+2opt 法は，3-opt 法で交換した 4 通り(図 3 ①～④)と 3-opt 法で対象となった 6 都市(a,d,c,f,b,e)を結ぶ 2 本の枝に対する交換パターン 3 通り(⑤～⑦)の改善量を求める．合計 7 通りの交換パターンの内，改善される場合には，改善量の最大値を与える交換を行う(Fig.3③).

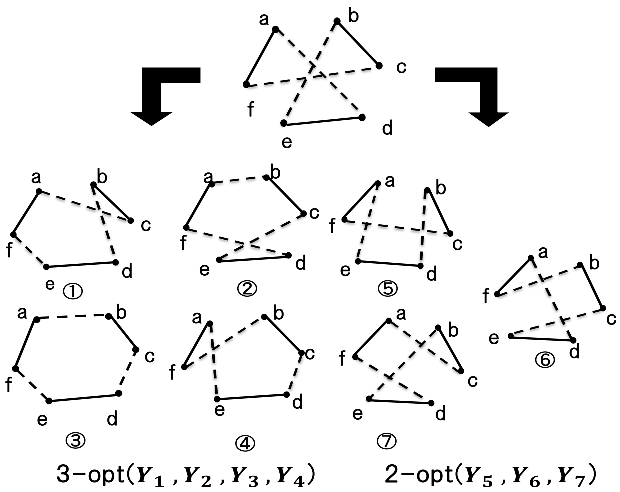

Fig. 3 Improvement pattern of proposal technique

4-opt 法，3-opt 法，2-opt 法を同時適用(4+3+2opt)する場合，交換パターンは全部で 48 通りとなる[2].

４．数値実験

同時適用の 3+2opt 法と 2-opt, 3-opt 法を 70 都市の問題 st70 に対して用いた結果を Fig.4 に示す. 図中の丸印の部分は，2-opt 法より 3-opt 法の部分解の方がよいことがわかる．したがって，3+2opt 法では 3-opt 法の改善が行われている．逆に，点線の丸印の部分では，3-opt 法より 2-opt 法の部分解の方がよいことがわかるので，2-opt 法の改善が行われている．したがって，3+2opt 法は 2-opt 法と 3-opt 法の良い部分を組み合せた解となっている．

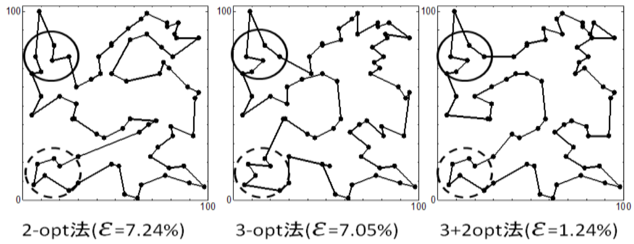

Fig. 4 Simultaneous application of the 3-opt and 2-opt

Fig.5 は 51 都市の問題 eil51 に対して 3-opt 法，逐次適用の 3-2opt 法を示したものである．点線の丸印の部分では，3-opt 法後の解に 2-opt 法を用いることで新たに改善された部分経路である．したがって，3-2opt 法は 3-opt 法の精度より良い精度が得られることがわかる． 異なる n-opt 法を繰り返し，逐次利用することでさらに良い経路を見つけることができる.

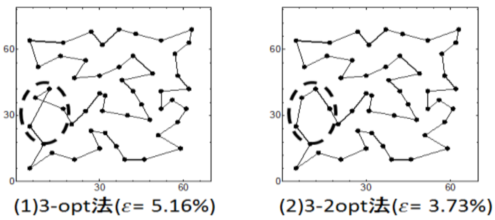

Fig. 5 Sequential application of 2-opt and 3-opt

５．まとめ

本研究では，巡回セールスマン問題の近似算法の局所探索解法である n-opt 法による逐次適用法の 2-3opt 法，3-2opt 法と同時適用法の 3+2opt 法を検討した．今後，さらに n-opt 法に対する多くの組み合わせ方式について解析を行う予定である.

６．参考文献

[1] A. Blazinskas, A. Misevicius, “Combining 2-opt 3-opt and 4-opt with K-Swap-Kick-Perturbations for the Traveling Salesman Problem. 17th International Conference on Information and Software Technologies, 27-29 April 2011.

[2] "TSPLIB95", http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/ (1995)