

スカラー波近似による光ファイバの波長分散解析 — 精度の検討 —

Chromatic Dispersion Analysis of Optical Fibers by Scalar Wave Approximation - A study on the precision -

鈴木祐介¹, ○南 良樹², 金井 稜², 古川慎一³Yusuke Suzuki¹, *Yoshiki Minami, Ryo Kanai, Shin-ichi Furukawa²

Abstract: We proposed a novel method to numerically analyze chromatic dispersion of optical fibers with an arbitrary refractive index profile using scalar wave approximation. Our computation procedure can be applied to various analysis methods of which eigenvalue equation is analytically differentiable by propagation constant and/or wave number. This is because the differential formula of determinant (DFD) is taken for differentiation of eigenvalue equation. In this study, the proposed procedure is applied to two cases of explicit difference method adopted Runge-Kutta (SRK) and multilayer division method (SMD) by scalar wave analysis, and accuracy of chromatic dispersion calculated by SRK-DFD and SMD-DFD is discussed.

1. まえがき

光通信システムの伝送媒体として用いる光ファイバの設計において、波長分散は重要な特性パラメータの一つである^[1](ITU-T). 任意屈折率分布を持つ光ファイバ (図 1 参照) の波長分散解析法には、ベクトル波解析に基づく方法とスカラー波解析に基づく方法がある. スカラー波解析は、光ファイバの構造が弱勾配且つ弱導波の条件を満足する場合の固有モード解析に適用できる簡便な手法として知られている. 波長分散は、スカラー波解析においてもベクトル波解析の場合と同様に、次のいずれかの方法によって求める.

(1) 群遅延時間 $\tau (= (1/c) d\beta / dk)$, β : 伝搬定数, k : 真空中の波数, c : 光速) を解析的に求め、波長 λ で一階微分する $S = -d\tau / d\lambda$ から計算する.

(2) 伝搬定数 β を波数 k で直接二階微分する $S = k^2 / (2\pi c) \cdot (d^2\beta / dk^2)$ から計算する.

$d\tau / d\lambda$ 及び $d^2\beta / dk^2$ は、数値微分によって求める手法^[2]や固有値方程式の解として繰り返し演算しながら求める手法^[3]が提案されている. いずれの場合も、精度と計算量を注意深く検討しながら解析する必要がある.

本研究では、スカラー波解析を用いて波長分散 S を求めるために、固有値方程式に行列式の微分公式を用いる解析法^[4]を適用した場合の計算精度について検討した. 本手法は、固有値方程式の解として伝搬定数を求めるだけで解析的に S を得ることができる. 具体的には、行列式の微分公式 (DFD: differential formula of determinant) を用いて差分法 (Runge-Kutta 法) と組み合わせた手法 (SRK-DFD) と多層分割法と組み合わせた手法 (SMD-DFD) についてそれぞれ S の精度を検討した.

2. 精度の検討

図 2 に示した α 乗型コアとトレンチ構造の屈折率

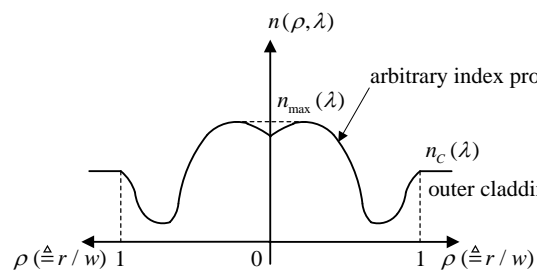


Fig. 1. Arbitrary refractive index profile.

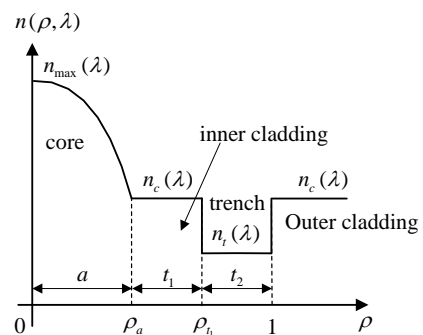


Fig. 2. Refractive index profile examined SRK and SMD.

分布を持つ光ファイバ^[4]について、波長分散 S の計算に SRK-DFD 法 (以下, SRK と略す) と SMD-DFD 法 (以下, SRK と略す) をそれぞれ適用し、精度の検討を行った (SRK と SMD の定式化の詳細については文献[5]参照). 計算に用いたファイバの構造パラメータは、 $\lambda = 1310\text{nm}$ で波長分散が零 ($S = 0 \text{ ps/nm/km}$) となる以下の値を用いた.

(1) $\alpha = 3$, $\Delta_a(1310) = 0.3\%$, $\Delta_t(1310) = -0.7\%$,
 $a = 3.85 \mu\text{m}$, $t_1/a = 1.05$, $t_2/a = 1.1$

(2) $\alpha = \infty$, $\Delta_a(1310) = 0.3\%$, $\Delta_t(1310) = -0.6\%$,
 $a = 3.85 \mu\text{m}$, $t_1/a = 1.5$, $t_2/a = 1.0$

$\Delta_a(\lambda) (\triangleq [n_{\text{max}}(\lambda) - n_c(\lambda)]/n_c(\lambda))$ はコアと外部クラッドとの比屈折率差, $\Delta_t(\lambda) (\triangleq [n_t(\lambda) - n_c(\lambda)]/n_c(\lambda))$ はトレんチと外部クラッドとの比屈折率差である.

図 3 は, $\alpha = 3$ の場合について SRK の分割数 M に対する波長分散 S (HE_{11} モード) を示した図である ($\lambda = 1350\text{nm}$). 図 3 から, M を大きくすると S が外挿した真値に収束していることが分かる. SRK で $M \geq 90$ とすれば S の外挿した真値との相対誤差を 10^{-5} 以下にすることができる.

$\alpha = \infty$ (ステップ型) のコアと均質な屈折率で構成されたトレんチを持つ単一モードファイバの場合, SMD から求めた波長分散 S は, スカラー近似のもとで厳密な値となる. これを確認するため, 屈折率分布に関係なく差分して計算する SRK を用いて, 分割数 M に対する S の収束を求め, SMD の S と比較検討した結果を図 4 に示す. 分割数 M を大きくすると SRK によって計算した S は収束し, その外挿した真値が SMD から求めた S の厳密解と一致している. このことから, SMD の計算結果は正しいと言える.

図 5 は, C-band ($1530\text{nm} \leq \lambda \leq 1565\text{nm}$) の範囲で λ に対する S のスカラー近似誤差 $\varepsilon_s \triangleq |(S_v - S_s)/S_v|$ (S_s : スカラー近似解析から求めた S , S_v : ベクトル解析^[4]から求めた S) を計算した結果である. 図には, λ に対する規格化伝搬定数 b のスカラー近似誤差 $\varepsilon_b \triangleq |(b_v - b_s)/b_v|$ (b_s : スカラー近似解析から求めた b , b_v : ベクトル解析から求めた b) も併せて示した. 実線が $\alpha = \infty$ (SMD と VMD^[4]との比較), 破線が $\alpha = 3$ (SRK と VRK^[4]との比較) の結果である. 図 5 から, $\alpha = \infty$ と $\alpha = 3$ のいずれの場合も, C-band において ε_s ($\approx 10^{-4}$) は ε_b ($\approx 10^{-2}$) に比べて小さくなることが分かる. S の誤差は, $\alpha = \infty$ の時 $2.37 \times 10^{-5} \leq \varepsilon_s \leq 8.30 \times 10^{-5}$, $\alpha = 3$ のとき $9.86 \times 10^{-4} \leq \varepsilon_s \leq 1.12 \times 10^{-3}$ であった.

3. まとめ

本研究では, 行列式の微分公式をスカラー波解析による差分法 (SRK) と多層分割法 (SMD) からそれぞれ導出した固有値方程式に適用することによって波長分散 S を計算し, その精度について検討した. 得られた主な結果は以下の通りである.

(1) $\alpha = \infty$ の場合, SRK から求めた S は, 分割数を増すことによりスカラー近似のもとで厳密となる SMD の結果に収束する.

(2) 動作波長帯 C-band ($1530\text{nm} \leq \lambda \leq 1565\text{nm}$) について S のスカラー近似誤差 ε_s を評価した結果, $\alpha = \infty$ の時 $2.37 \times 10^{-5} \leq \varepsilon_s \leq 8.30 \times 10^{-5}$, $\alpha = 3$ のとき $9.86 \times 10^{-4} \leq \varepsilon_s \leq 1.12 \times 10^{-3}$ の誤差を生じる.

参考文献

[1] ITU-T: Telecommunication Standardization Sector of ITU Series

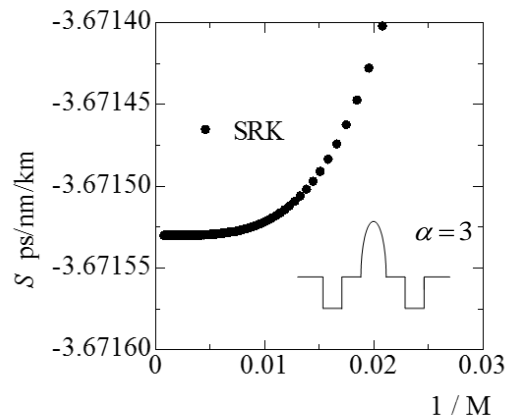


Fig. 3. Convergence of chromatic dispersion S

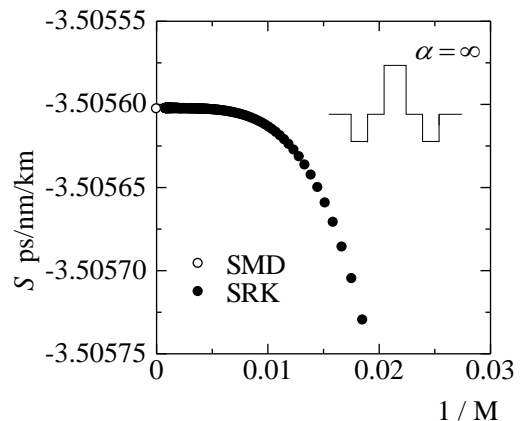


Fig. 4. Convergence of chromatic dispersion S

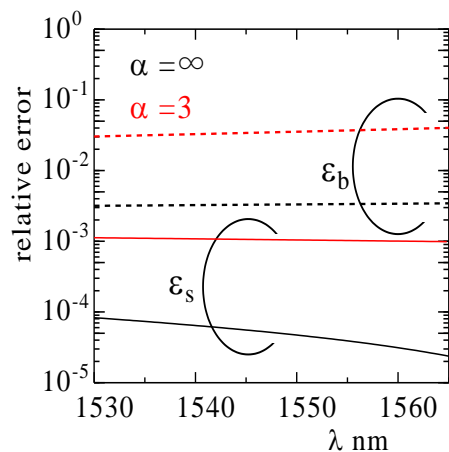


Fig.5. Relative error versus wavelength.

G: Transmission Systems and Media, Digital Systems and networks, Transmission media and optical systems characteristics G.653, G.655, G.656, G.657.

- [2] 小塚洋司:「光・電波解析の基礎」,コロナ社(1995).
- [3] E.K.Sharma, A.Sharma, and I.C.Goyal: "Propagation characteristics of single mode optical fibers with arbitrary index profiles: a simple numerical approach", IEEE Trans. Microwave theory and techniques, Vol.MTT-30, No.10, pp.1472-1477(1982).
- [4] 古川慎一, 鈴木祐介:「任意屈折率分布を持つ光ファイバの分散特性解析」, 電学会電磁界理論研資 EMT-13-65, pp.33-38 (2013).
- [5] 鈴木祐介, 古川慎一:「スカラー波近似による光ファイバの波長分散解析法」, 電学会電磁界理論研資 EMT-13-65, pp.33-38 (2013).