

弾性波の伝搬に関する基礎検討
—流体媒質中の FDTD シミュレーション—

A Fundamental Study of Elastic Wave Examination about the Propagation
—FDTD Simulation in Fluid Media—

○高橋涼¹, 長澤和也², 大貫進一郎³

*Ryo Takahashi¹, Kazuya Nagasawa², Shinichiro Ohnuki³

Abstract: Recently, a device which converts elastic wave into electric signal has attracted attention. As a fundamental study of elastic wave analysis, we simulate the elastic wave propagating in the fluid media by using FDTD method.

1. はじめに

弾性波を電気信号に変換するデバイスが注目されている。本研究では、弾性波解析の基礎検討として、流体中の弾性波の伝搬過程をFDTD(Finite Difference Time Domain)法によってシミュレーションを行う。

2. 解析手法

FDTD法は微分方程式を中心差分近似することで任意の時間及び空間の応答波形を求める解析手法である。電磁界解析では現在最も利用される手法の1つであり、アンテナ設計や導波路解析などに応用されている。

本稿では2次元流体モデルを解析対象とし、媒質1と媒質2からなるFig.1のモデルを想定する。

流体中では以下の式(1), (2), (3)から波動伝搬解析を行う。

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial x} + \rho \frac{\partial U_x(x, y, t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial y} + \rho \frac{\partial U_y(x, y, t)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial t} + K \left\{ \frac{\partial U_x(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial U_y(x, y, t)}{\partial y} \right\} = 0 \quad (3)$$

ただし P : 音圧, \mathbf{U} : 粒子速度, ρ : 媒質の質量密度, K : 体積弾性率とする。

数値解析では、これらを離散化したFig.2に示す音場の空間配置を仮定する。例えば i 番目の音圧 P を中心差分で求める場合、 $i-1/2$ 番目と $i+1/2$ 番目の粒子速度 U_x を差分することで求めることができる。式(1)から(3)の時間微分を中心差分で近似すると以下の式が得られる。ここでタイムステップを n , 空間座標を i, j とした。

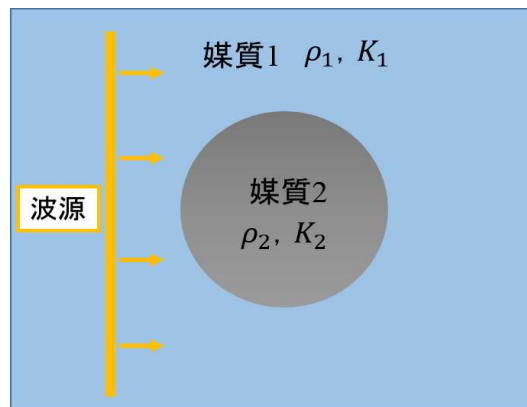


Figure 1. Computational Geometry

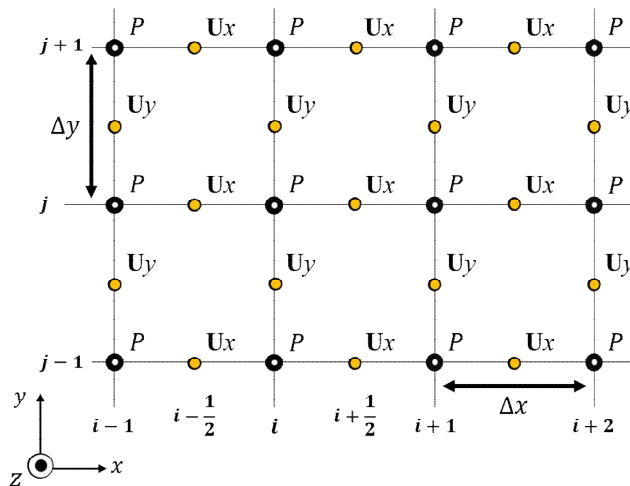


Figure 2. Placement of the Sound Field

$$U_x^{n+1} \left(i + \frac{1}{2}, j \right) = U_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j \right) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \left\{ P^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j) - P^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \right\} \quad (4)$$

$$U_y^{n+1} \left(i, j + \frac{1}{2} \right) = U_y^n \left(i, j + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \left\{ P^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) - P^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \right\} \quad (5)$$

1 : 日大理工・学部・電気 2 : 日大理工・院 (前)・電気 3 : 日大理工・教員・電気

$$P^{n+1}(i,j) = P^n(i,j) - K\Delta t \left[\frac{U_x^n(i+\frac{1}{2},j) - U_x^n(i-\frac{1}{2},j)}{\Delta x} + \frac{U_y^n(i,j+\frac{1}{2}) - U_y^n(i,j-\frac{1}{2})}{\Delta y} \right] \quad (6)$$

ただし Δt は時間離散間隔, Δx と Δy は空間離散間隔である.

3. 解析結果

本解析モデルは媒質 1 で満たされた $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ の正方領域内に直径 1 m の柱状領域の媒質 2 を仮定する. 媒質定数をそれぞれ $\rho_1 = 1.14\text{ kg/m}^3$, $K_1 = 1.34 \times 10^5\text{ Pa}$, $\rho_2 = 1.97\text{ kg/m}^3$, $K_2 = 1.31 \times 10^5\text{ Pa}$ とし, Δx と Δy はそれぞれ 1 cm とする. 入射パルスはサイン半波とし, x 軸方向 20 cm 地点で励振した.

Fig.3は媒質内における音波の伝搬シミュレーション結果である. (a)は $50\Delta t$ 後の媒質1内の入射波が伝搬していることを示している. (b)は $300\Delta t$ での伝搬過程を示しており, 入射パルスが媒質2に到達し, 波の速度の違いが生じ始めていることが分かる. (c)は $500\Delta t$ の場合を示し, 媒質1を伝搬する音圧と媒質2を伝搬する音波の速度の違いにより, 波形に歪みがでていることが分かる.

(d)は $650\Delta t$ の場合で, 媒質2内における伝搬の様子も確認できる. 入射時の(a)に比べ中心付近の波形が大きく歪み, また2媒質間で振幅が小さくなっていることが分かる.

また, 媒質1及び媒質2の伝搬速度は理論値と比較し, 誤差1%以内となっていることも併せて確認した.

4. まとめ

本解析では弾性波解析の基礎検討として流体媒質中の弾性波を, FDTD法によってシミュレーションを行った. 結果から, 媒質ごとに伝搬過程が異なることを確認した. また, 伝搬速度は理論値と誤差が1%以内となることも併せて確認した.

5. 謝辞

本研究の一部は, 私立大学戦略的研究基盤形成支援事業の援助を受けて行われた.

参考文献

- [1] 佐藤 雅弘, "FDTD 法による弾性振動・波動の解析入門", pp.34-39, 2003
- [2] 高橋涼, 大貫進一郎, "マルチフィジックスシミュレーションによる弾性表面波の伝搬解析", 電気学会 2014 第5回学生研究発表会, 4-5, 2014

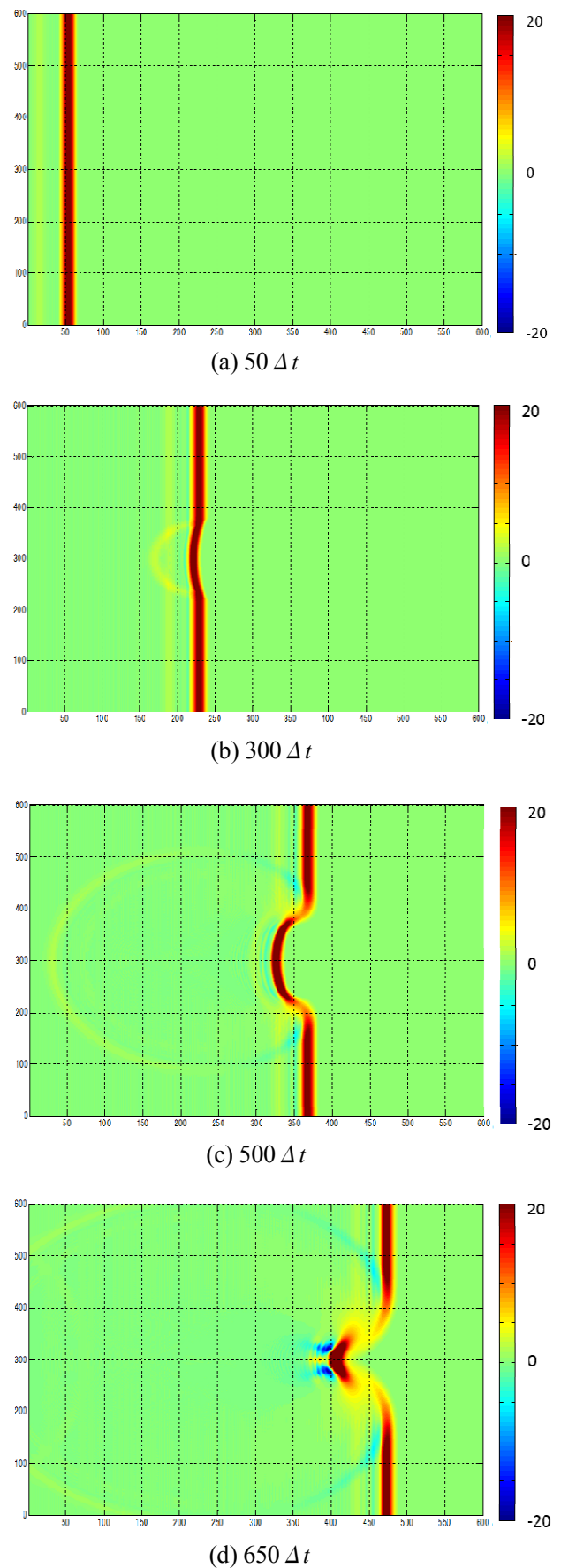


Figure 3. Propagation of Sound Pressure