

## 主系列星の質量と化学組成による内部構造の違い

Structures of main-sequence stars with various masses and chemical compositions

○土戸伸俊<sup>1</sup>, 藤井紫麻見<sup>2</sup>○Nobutoshi Tsuchito<sup>1</sup>, Shiomi Fujii<sup>2</sup>

Abstract: There are various kinds of stars and the differences of masses and chemical compositions of stars are expected to play important roles in stellar evolution. The stars with sun-like chemical composition have been long studied, though distant old stars are found to include less heavy elements than the sun. Thus we are led to the necessity of deriving the main-sequence star models which describe the internal structure of the star as a function of various chemical compositions and masses.

## 1. はじめに

ビッグバン後の宇宙において, 初めは水素とヘリウムを含むガス雲から初代星が生まれ, この星が超新星になる時に重元素が作られ, 宇宙の化学組成は変化してきたと考えられている.

近年の観測から宇宙初期の恒星の化学組成がわかってきており, 宇宙化学組成の進化が現在と違うことが示唆されている. 超新星は 2 種類あり, 白色矮星を含む連星系で起こる超新星は特に多量の鉄を作るため, 宇宙化学組成の進化からこれら超新星の出現割合, さらに超新星となる星の形成率を解明することが期待されている.

本研究では, 誕生して安定状態となった恒星(主系列星)の内部構造を数値計算により求めて, 恒星誕生時の化学組成の違いが恒星の内部構造と進化にどのような影響を与えるのか調べ, 宇宙初期の恒星と現在の恒星の違いを明らかにする.

## 2. 恒星内部構造の基礎方程式

恒星の内部構造は, 質量保存, 重力平衡, エネルギー保存, エネルギー輸送などの方程式から解くことができる. 半径 $r$ で囲まれた星の内部の質量を $M(r)$ , 半径 $r$ における密度を $\rho(r)$ とすると, 質量保存は,

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (1-a)$$

とかける.

力学的平衡状態にある星は, ガスの圧力 $P(r)$ による外向きの力と内向きの重力がつり合っている.  $G$ を万有引力定数とすると,

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (2-a)$$

である.

主系列星の内部では, 水素の核融合反応により大量

のエネルギーが発生している. 半径 $r$ の球殻を外向きに通過するエネルギー $L(r)$ は,

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \varepsilon(\rho, T) \quad (3-a)$$

を満たす. ここで,  $\varepsilon(\rho, T)$ はエネルギー発生率で $\varepsilon(\rho, T) = \varepsilon_0 \rho(r) T^{16}(r)$ であり,  $\varepsilon_0 = 8 \times 10^{-114} \times XZ/3$ ,  $T(r)$ は半径 $r$ における温度である.

星の内部で発生したエネルギーは星の中心から表面へと運ばれて光として放出される. 主系列星では中心付近で激しい核反応が起こって高温になるので, 中心付近では温度勾配が大きく対流が起こり, 外層では温度勾配が小さくエネルギーは放射によって運ばれると考えると,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT(r)}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2} \quad (\text{外層}) \quad (4-a) \\ \frac{dT(r)}{dr} = \frac{2}{5} \frac{T(r)}{P(r)} \frac{dP(r)}{dr} \quad (\text{中心核}) \quad (5-a) \end{array} \right.$$

となる.  $a$ は放射定数( $7.56 \times 10^{-15} [\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{deg}]$ ),  $c$ は光速( $3.00 \times 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ ),  $\kappa(\rho, T)$ はガスの不透明度

で $\kappa(\rho, T) = 4.34 \times 10^{-15} Z(1+X) \frac{\rho(r)}{T(r)^{3.5}}$ である.

$X, Y, Z$ は恒星の化学組成の質量比でそれぞれ水素, ヘリウム, その他の元素(重元素)を表す. 恒星誕生時は $r$ によらず一様であるとしてよい. また

$$X + Y + Z = 1$$

である. さらに, 気体の状態方程式は,

$$P(r) = \frac{\rho(r)kT(r)}{\mu m_H} \quad (6)$$

である.  $\mu$ は平均分子量,  $m_H$ は水素原子の質量,  $k$ はボルツマン定数である. これらの式を連立させて解き,  $P(r)$ ,  $\rho(r)$ ,  $T(r)$ ,  $L(r)$ ,  $M(r)$ を求める.

## 3. 数値計算

方程式をプログラミングで計算するために以下のよ

うな変数変換を用いて、変数を  $x, q, f, p, t$  にする.

$$r = xR, M(r) = qM_0, L(r) = fL_0,$$

$$P = p \frac{GM_0^2}{4\pi R^4}, T = t \frac{\mu m_H GM_0}{kR}$$

$R, M_0, L_0$  は星の半径, 質量, 光度である. まず, 外層で(1-a), (2-a), (4-a)は,

$$\frac{dq}{dx} = \frac{x^2 p}{t} \quad (1-b), \quad \frac{dp}{dx} = -\frac{pq}{tx^2} \quad (2-b)$$

$$\frac{dt}{dx} = -C \frac{p^2 f}{t^{8.5} x^2} \quad (4-b)$$

$$C = \frac{3}{4ac} \left( \frac{k}{m_H G} \right)^{7.5} \frac{4.34 \times 10^{25} Z(1+X)^1 L_0 R^{0.5}}{(4\pi)^3 \mu^{7.5} M_0^{5.5}}$$

となる. 表面での境界条件は,

$$x = 1 : q = 1, f = 1, t = 0, p = 0$$

である.

次に, 中心核は(1-b), (2-b)は外層と同様だが(3-a), (5-a)は,

$$\frac{df}{dx} = +D p^2 t^{14} x^2 \quad (3-b)$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2t}{5p} \frac{dp}{dx} \quad (5-b)$$

$$D = \left( \frac{m_H G}{k} \right)^{16} \frac{1}{4\pi} \frac{8 \times 10^{-114}}{3} XZ\mu^{16} \frac{M_0^{18}}{L_0 R^{19}}$$

となる. ここで,

$$p = p^* p_c, \quad t = t^* t_c$$

の変数変換を行うと,

$$q = q^* \frac{t_c^2 (2.5)^{\frac{3}{2}}}{\beta^2 \sqrt{p_c}}, \quad x = x^* \frac{t_c \sqrt{2.5}}{\beta \sqrt{p_c}}$$

となり, 中心での境界条件は,

$$x^* = 0 : q^* = 0, t^* = 1, p^* = 1$$

となる.

中心核と外層の境界については, 内側(対流層)では中心から表面に, 外側(放射層)では表面から中心に向かって別々に計算し, 各値が等しくなる場所にすればよい. 実際は,

$$U = + \frac{x dq}{q dx} = \frac{px^3}{tq} \quad (7)$$

$$V = - \frac{x dp}{p dx} = \frac{q}{tx} \quad (8)$$

$$\frac{t dp}{p dt} = \frac{qt^{9.5}}{Cp^2 f} \quad (9)$$

が連続となるような境界を求めて,  $C, D$  から  $M_0$  を与えれば  $L_0, R$  がわかる.

中心核では,

$$U = + \frac{x^* dq^*}{q^* dx^*} = \frac{p^* x^{*3}}{t^* q^*}, V = - \frac{x^* dp^*}{p^* dx^*} = 2.5 \frac{q^*}{t^* x^*}$$

$$n + 1 = 2.5$$

となる. ここで, (7), (8)式の  $U, V$  は,

$$U = 3 \frac{\rho}{M(r)/\frac{4}{3}\pi r^3} = 3 \times \frac{\text{密度}}{\text{平均密度}}$$

$$V = \frac{3}{2} \frac{GM(r)/r}{\frac{3}{2}P/\rho} = \frac{3}{2} \times \frac{\text{重力エネルギー}}{\text{内部エネルギー}}$$

である.  $n$  はポリトロップ指数である. 恒星の温度と圧力に関する. 放射平衡に関するポリトロップ指数の安定条件は,

$$n + 1 = 2.5$$

となる. エネルギーが放射で運ばれる条件は,

$$n + 1 > 2.5$$

である.

恒星内部のエネルギー輸送を解かず断熱ガス  $P(r) \propto \rho_{(r)}^3$  を仮定し, (1-a), (2-a), (6)式から求めた温度分布を Fig1 に示した.  $X = 0.7, Y = 0.28, Z = 0.02$  を用いた.

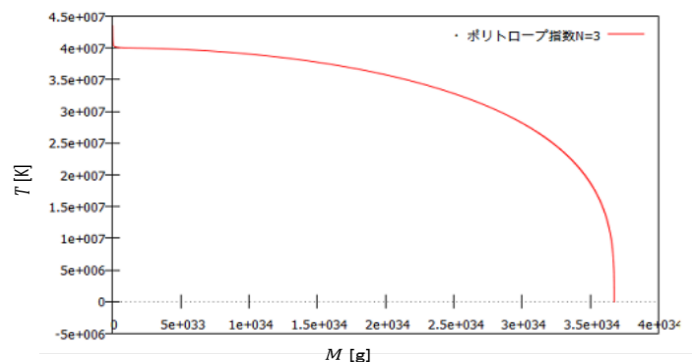


Fig.1 太陽における中心からの質量と温度の関係

#### 4. まとめと今後の課題

今回行った計算では, 恒星のモデルを太陽として質量や半径, 化学組成を一定にした. 今後は様々な星の条件のもと化学組成などを変えて計算を行いたい.

#### 5. 参考文献

- [1] 佐藤文隆, 原哲也「宇宙物理学」朝倉書店, 1991
- [2] Danby, Kouzes, Whitney「宇宙物理学シミュレーション」海文堂, 1996
- [3] Martin Schwarzschild「Structure And Evolution Of The Stars」Dover Publications, 1957
- [4] 皆本晃弥「C 言語による数値計算入門」サイエンス社, 2012