O-4

修正されたBCC演算子を用いたボソン的開弦の場の理論の解
Solutions Using Modified BCC Operators in Bosonic Open String Field Theory

○杉田和優[1] , 三輪光嗣[2]
*Kazuhiro Sugita, Akitsugu Miwa

Abstract : We review new solutions in bosonic open string field theory. The solutions are generalizations of the solutions which were derived by Kiermaier, Okawa and Soler previously. In the new solutions, boundary condition changing operators are modified.

1. 導入

自然界には四つの力, 重力, 弱い力, 電磁気力, 強い力があり後半の三つは標準模型によって場の量子論で記述されている. しかし, 重力は場の量子論で記述された理論がない. それは, 重力の古典論である一般相対性理論を量子化しようとすると処理しきれない発散が出てしまうからである. この発散は点粒子ではなく一次元の拡がりを持った "素粒子" である弦を考えることで回避されると期待される. そこで, 重力を含んだ量子論の候補として, 現在弦理論が研究されている.

しかし, 弦理論は現状では真空まわりで摂動的に定義され, 理論の真空構造はわからない. 真空構造を理解し, 安定な真空を選び, その低エネルギー極限で現実世界を記述することは弦理論の目標であろう. そこで, 弦の場の理論であれば真空構造がわかるのではないか, という期待があり, 弦の場の理論は研究されている.

以下で扱うボソン的開弦の場の理論の作用は Witten によって与えられた [1]. この作用より導かれる運動方程式の解を理解することは重要である. ここでは最近 Erler, Maccaferri によって導かれた解 [2] を紹介する.

2. 開弦の場の理論

開弦の場 Ψ とは弦のあらゆる振動モードを含み, そのモードの質量の自乗が小さい順に書くと

$$\Psi=\int\frac{d^{26}k}{(2\pi)^{26}}(T(k)c_1|0;k\rangle + A_\mu(k)\alpha^\mu_{-1}c_1|0;k\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}B(k)c_0|0;k\rangle+...) \quad (1)$$

であり, T はタキオン場, A_μ はゲージ場, B は補助場である. このタキオン場の質量の自乗は負となっている.

Witten によって書かれた作用は

$$S=-(\frac{1}{2}\langle\Psi,Q\Psi\rangle+\frac{1}{3}\langle\Psi,\Psi^2\rangle) \quad (2)$$

である. この作用より以下の運動方程式が導かれる.

$$Q\Psi+\Psi^2=0 \quad (3)$$

ここで Q は BRS カレント j_{BRS}[3] を積分した BRS 演算子である.

$$Q=\oint\frac{dw}{2\pi i}j_{\mathrm{BRS}}(w) \quad (4)$$

弦場と弦場の積は∗積 [1] で定義される.

(1) 式における $|0;k\rangle$ は一次元の弦の運動によって作られる二次元面の理論の状態である. その二次元の座標系として Sliver 座標系 z [3] というものを以下では使用する. それは範囲 $[0,\pi]$ の座標 σ と, 範囲 $[-\infty,0]$ の座標 τ を共形変換

$$z=\frac{2}{\pi}\arctan[e^{\tau+i\sigma}] \quad (5)$$

して得られる座標系である. Sliver 座標系で定義される演算子の代数,KBc 代数[4][4] を使用し, 解は書かれる.

3. タキオン真空解

(1) 式は, 26 次元に拡がっている D ブレーンという物体に端をもつ開弦の場である. その (1) 式の中にいるタキオン的モードは D ブレーンの不安定性を意味している. そこで Sen は, 不安定な D ブレーンは D ブレーンのない真空（これをタキオン真空と呼ぶ）に崩壊すると予想した [5]. またタキオン真空のエネルギーは元の D ブレーン分だけ下がっていると予想され, これは弦の場の理論を使った近似計算によって確かめられた [6].

Schnabl はこのタキオン真空を記述する解析解を見つけた [7]. さらにその解を変形した "simple" タキオン真空解は以下である [8].

$$\begin{aligned}\Psi_{\mathrm{tv}}&=\frac{1}{\sqrt{1-K}}c\frac{BK}{1-(\frac{1}{\sqrt{1-K}})^2}c\frac{1}{\sqrt{1-K}}\\&=-\frac{1}{\sqrt{1-K}}cB(1-K)c\frac{1}{\sqrt{1-K}}\end{aligned} \quad (6)$$

[1] 日大理工・院（前）・物理
[2] 日大・教員・物理

[3] $j_{\mathrm{BRS}}(w)=-c:\partial X^\mu\partial X_\mu:(w)+:bc\partial c:(w)+\frac{3}{2}\partial^2c(w)$
[4] K はエネルギー運動量テンソルの積分,B は b ゴーストの積分で定義される.

4. Erler Maccaferri 解

4.1. KOS 解

境界条件をもつ共形場の理論 (Boundary Conformal Field Theory, BCFT) と, 開弦の場の理論の解は対応している. 従って共形不変性を保ったまま境界条件を変形すると新しい解が得られる, と期待される. 境界条件の変形は, 境界条件変換演算子 $\sigma_{\rm L},\sigma_{\rm R}$（Boundary Condition Changing Operator, BCC 演算子）で境界を挟むことで実現される.

この BCC 演算子に対応する弦場を用いた解は, Kiermaier, Okawa, Soler (KOS) によって以下のように書かれた [9].

$$\Psi_{\rm KOS}=-\frac{1}{\sqrt{1-K}}(Q\sigma_{\rm L})\frac{1}{1-K}\sigma_{\rm R}(1-K)Bc\frac{1}{\sqrt{1-K}} \tag{7}$$

ただし [9] では, $\sigma_{\rm L,R}$ は以下の関係式を満たすことが想定されている.

$$\sigma_{\rm L}\sigma_{\rm R}=1,\quad \sigma_{\rm R}\sigma_{\rm L}=1 \tag{8}$$

4.2 Erler Maccaferri 解

(3) 式を満たす古典解 $\Psi_{\rm cl}$ を基準として解 Ψ を次のように再定義する.

$$\Psi=\Psi_{\rm cl}+\Phi \tag{9}$$

Φ に対する運動方程式は

$$Q_{\rm cl}\Phi+\Phi^2=0 \tag{10}$$

となる. ここで $Q_{\rm cl}$ は

$$Q_{\rm cl}\varphi\equiv Q\varphi+[\Psi_{\rm cl},\varphi]_{\pm} \tag{11}$$

で定義される.

ホモトピー演算子 A（$Q_{\rm cl}$ を演算すると 1 になる演算子）の存在を仮定し, $\sigma_{\rm L,R}$ を修正した $\Sigma_{\rm L,R}$ を以下のように定義する.

$$\Sigma_{\rm L,R}\equiv Q_{\rm cl}(A\sigma_{\rm L,R}) \tag{12}$$

この $\Sigma_{\rm L,R}$ は $Q_{\rm cl}^2=0$ より

$$Q_{\rm cl}\Sigma_{\rm L,R}=0 \tag{13}$$

を満たす. そして

$$\Sigma_{\rm R}\Sigma_{L}=1 \tag{14}$$

を仮定すると

$$\Phi=-\Sigma_{\rm L}\Psi_{\rm cl}\Sigma_{\rm R} \tag{15}$$

は (10) 式の解になっている. また (9) 式は (3) 式の解になっている. このことを示す上では $\sigma_{\rm L,R}$ の間の関係式として (14) 式と等価な

$$\sigma_{\rm R}\sigma_{\rm L}=1 \tag{16}$$

だけが必要であって $\sigma_{\rm L}\sigma_{\rm R}$ については 1 とは限らない有限の値であることが [2] では想定されている.

$\Psi_{\rm cl}$ を $\Psi_{\rm tv}$ とすれば

$$A=B\frac{1-(\frac{1}{\sqrt{1-K}})^2}{K} \tag{17}$$

であり, このときの解を $\Psi_{\rm EM}$ と書くとそれは

$$\begin{aligned}\Psi_{\rm EM}&=\Psi_{\rm tv}-\Sigma_{\rm L}\Psi_{\rm tv}\Sigma_{\rm R}\\&=-\frac{1}{\sqrt{1-K}}cB\Big[(1-K)\\&\quad-(1-K)\sigma_{\rm L}\frac{1}{1-K}\sigma_{\rm R}(1-K)\Big]c\frac{1}{\sqrt{1-K}}\end{aligned} \tag{18}$$

である. (18) 式は $\sigma_{\rm L}\sigma_{\rm R}=1$ のときに (7) 式と一致している. 従って, $\Psi_{\rm EM}$ は $\Psi_{\rm KOS}$ の一般化になっている. その一例を書くと, $\sigma_{\rm L,R}$ を Neumann-Dirichlet 反転演算子 $\sigma_{\rm ND}$ とすると $\Psi_{\rm EM}$ はタキオン Lump 解とよばれる, 次元の下がった D ブレーンを記述するようになるが, $\Psi_{\rm KOS}$ はこの一部しか記述しない.

5. まとめと課題

ここでは開弦の場の理論における運動方程式の解のなかで最近見つかった Erler Maccaferri 解を紹介した.

ここでの理論はボソン的であるので, 現実に存在しているフェルミオンを含まない. そのためこれは理論自体を理解するための理論である. 従って, フェルミオンも含む超対称性を持つ弦の場の理論の理解は重要であり, 今後の課題である.

参考文献

[1] E. Witten, Nucl. Phys. B **268**, 253 (1986).
[2] T. Ereler and C. Maccaferri, arXiv:1406.3021.
[3] L. Rastelli and B. Zwiebach, JHEP **0109**, 038 (2001).
[4] Y. Okawa JHEP **0604**, 055 (2006).
[5] A. Sen, JHEP **9912**, 027 (1999).
[6] A. Sen, and B. Zwiebach, JHEP **0003**, 002 (2000).
[7] M. Schnabl, Adv. Theor. Math. Phys. **10**, 433 (2006).
[8] T. Ereler and M. Schnabl, JHEP **0910**, 066 (2009).
[9] M. Kiermaier, Y. Okawa and P. Soler, JHEP **1103**, 122 (2011).