

## ケーブル端部の二次曲げ応力の評価に関する基礎的研究 可とう度を導入した定式化と評価

### A Fundamental Study on Secondary Stress at End of Cables Formulation and Estimation through Flexibility Number

○山岸俊之<sup>1</sup>, 矢島卓<sup>2</sup>, 鈴木実<sup>3</sup>, 石鍋雄一郎<sup>4</sup>, 中島肇<sup>4</sup>, 岡田章<sup>4</sup>\*Toshiyuki Yamagishi<sup>1</sup>, Takashi Yajima<sup>2</sup>, Minoru Suzuki<sup>3</sup>, Yuichiro Ishinabe<sup>4</sup>, Hajime Nakajima<sup>4</sup>, Akira Okada<sup>4</sup>

Abstract: In cable structures that take large deformation, the anchorages are adaptive to such deformation generally. However, if the rotation at the end of cable is fixed, the flexural stiffness of cable is not able to be ignored, and induces local bending and secondary stress. As for this problem, only a few studies about parallel wire strand had been reported. In this paper, an estimation method of secondary stress that is adaptive to some kind of cables (spiral rope, strand rope etc.) is proposed.

#### 1. はじめに

一般に変形の大きいケーブル構造では、ケーブル定着部で変形に追従可能な構造が採用され、ケーブル端部の回転を拘束しないよう配慮されている。一方、ケーブル端部の回転が拘束されている場合には、ケーブルの曲げ剛性を無視できず、局所的な曲げが起り二次応力が生じて、この検討が必要となるが、現状では平行線ストランドの二次応力の研究が報告されているだけである<sup>[1]-[3]</sup>。本論では、各種ケーブルに適用できる端部二次曲げ応力の評価方法を提案し、設計資料を提示することを目的とする。

#### 2. 曲げ応力の定式化

ケーブルの二次曲げ応力に関する先駆的研究である Wyatt の簡略式<sup>[4]</sup>を基本に展開している。この算定式は平行線ケーブルや被覆平行線ストランドの二次曲げの研究にも応用されている<sup>[5], [6]</sup>。この算定式を基本とした曲げ応力の定式化を示す。

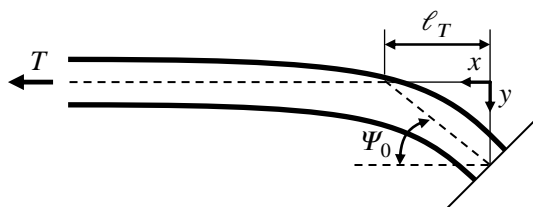


Figure 1. Flexural Deformation at End of Cable

Figure 1.に示すように大きな軸力を受け、一端に曲げが加えられる棒には、次のような関係が導かれる。

$$M = -E_r I_r \frac{d^2 y}{dx^2} = -T y \quad (1)$$

$M$  : 二次曲げモーメント

$E_r$  : ケーブルの弾性係数

$I_r$  : ケーブルの断面二次モーメント

$T$  : 張力

この微分方程式の一般解は次のように表現される。

$$y = A e^{g x} + B e^{-g x} \quad (2)$$

$$g = \sqrt{T/E_r I_r} \quad (3)$$

境界条件 ( $x = 0$ において  $dy/dx = -\Psi_0$ ,  $x = \infty$ において  $y = 0$ ) より、 $A$ および $B$ が定まり解が次のように得られる。

$$y = \frac{\Psi_0}{g} e^{-g x} \quad (4)$$

(4)式を(1)式に代入すれば、二次曲げモーメントが得られる (正確にはマイナス符号が付くが、ここでは符号を変えても問題は生じないため略した)。

$$M = T \frac{\Psi_0}{g} e^{-g x} \quad (5)$$

ここで、各種ケーブルに適用するため、可とう度 $F$ <sup>[1], [7]</sup>を導入する。可とう度は同一径の丸鋼棒とケーブルの曲げ剛性の比であり、次式で定義される。

$$F = \frac{EI}{E_r I_r} \quad (6)$$

$E$  : 丸鋼棒の弾性係数

$I$  : 丸鋼棒の断面二次モーメント

(6)式を(3)式に代入して次式を得る。

$$g = \sqrt{\frac{TF}{EI}} \quad (3')$$

(3')式を(5)式に代入することにより、可とう度を介し

た二次曲げモーメントの表現が得られる。

$$M = \Psi_0 \sqrt{\frac{EIT}{F}} e^{-x\sqrt{\frac{TF}{EI}}} \quad (7)$$

$M$  を断面係数  $Z (= I(d/2))$  で除せば曲げ応力度となる。

$$\sigma_B = \frac{M}{Z} = \frac{d\Psi_0}{2} \sqrt{\frac{ET}{IF}} e^{-x\sqrt{\frac{TF}{EI}}} \quad (8)$$

円形断面では引張応力度  $\sigma_t$  を介して次のように表現され、ケーブルの直径には無関係であることがわかる。

$$\sigma_B = 2\Psi_0 \sqrt{\frac{E\sigma_t}{F}} e^{-x\sqrt{\frac{TF}{EI}}} \quad (9)$$

$\sigma_B$  は  $x = 0$  において最大値  $\sigma_{Bmax}$  をとる。

$$\sigma_{Bmax} = 2\Psi_0 \sqrt{\frac{E\sigma_t}{F}} \quad (10)$$

### 3. 各種のケーブルに関する検討

前節の定式化に基づき、各種のケーブルについて二次応力の検討を行う。検討モデルを Table 1. に示す。ここで、引張応力度  $\sigma_t$  は初期引張応力度を長期許容応力度の 8 割、付加引張応力度をその 5 割とし、両者の和として設定した。

なお、構造用スパイラルロープ、および構造用スト

Table 1. Property of Cables

ケーブル種別	$E_r$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$Lf_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$Sf_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$F$
平行線ストランド	195000	523	785	628	1.2 <sup>*1</sup>
被覆平行線ストランド	195000	523	785	628	1.2 <sup>*1</sup>
構造用スパイラルロープ	157000	467	700	560	1×19
					1×37
					1×61
構造用ストランドロープ	137000	467	700	560	7×7
					7×19

$Lf_t$ : 長期許容引張応力度  $Sf_t$ : 短期許容引張応力度  
\*1: 弾性係数比および空隙係数<sup>[1]</sup>より算定

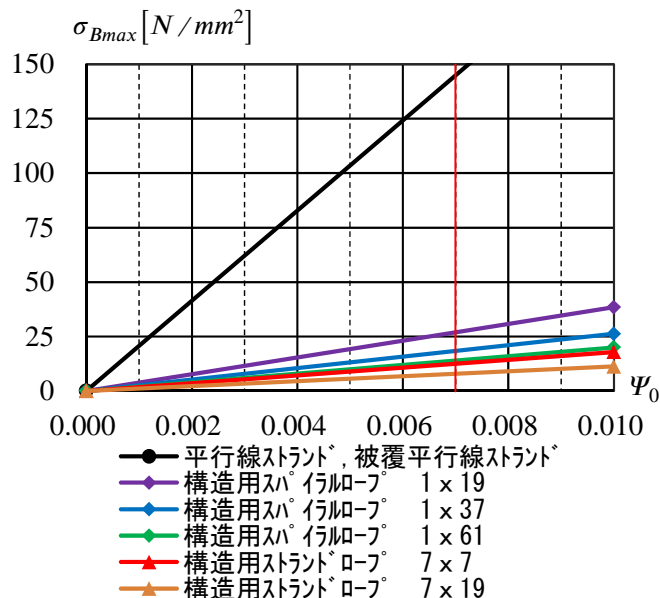


Figure 2. Secondary Flexural Stress of Cables

ランドロープの可とう度  $F$  は、文献 [8] に報告される実験に基づいている。

各種ケーブルの曲げ角度  $\Psi_0$  と最大二次曲げ応力度  $\sigma_{Bmax}$  の関係を Figure 2. に示す。例えば、Figure 3. のように張弦梁構造の付加荷重時の変位がスパンの 1/300 であれば、 $\Psi_0$  は  $2/300 \approx 0.007$  となり、 $\sigma_{Bmax}$  は平行線ストランド、被覆平行線ストランドで約  $140 [N/mm^2]$ 、構造用スパイラルロープ (1×19) で約  $25 [N/mm^2]$ 、構造用ストランドロープ (7×19) で約  $10 [N/mm^2]$  となり、それぞれ短期許容応力度の 18%、4%、1% に相当する。

### 4. まとめ

本論では、可とう度を導入して、各種ケーブルに適用できる端部二次曲げ応力の評価方法を提案し、具体的に 4 種類のケーブル端部の二次曲げ応力に関する設計資料を提示した。今後は中間接合部での二次曲げ応力に関する評価方法に展開していきたい。

### 5. 参考文献

- [1] 日本建築学会：ケーブル構造設計指針・同解説，1994.6
- [2] 土木学会・本州四国連絡橋鋼上部構造研究賞研究会・ケーブル分科会：本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書 別冊 2 吊橋のケーブルに関する検討，pp.1-3, 1988.3
- [3] 伊藤學監訳：吊形式橋梁—計画と設計—，建設図書，pp.90-97, 1990
- [4] T.A.Wyatt: Secondary Stress in Parallel Wire Suspension Cable, Journal of the Structural Division ASCE, Vol.86, No.7, pp.37-60, 1960
- [5] 田中義人，長井洋，原口俊男，小松定夫：平行線ケーブルの二次曲げ応力に関する研究，構造工学論文集，Vol.35A, pp.15-25, 1989.3
- [6] 中村俊一，高見伸一，坂本良文：斜張橋用セミパラレスワイヤーケーブルの二次曲げについて，構造工学論文集，Vol.39A, pp.1063-1073, 1993.3
- [7] ワイヤーロープハンドブック編集委員会：ワイヤーロープハンドブック，pp.391-394, 1995.3
- [8] 清田久智，岡田章，宮里直也，廣石秀造，宮本悠平：建築構造ケーブルの可とう度に関する実験的研究，日本大学理工学部学術講演会，2015.12

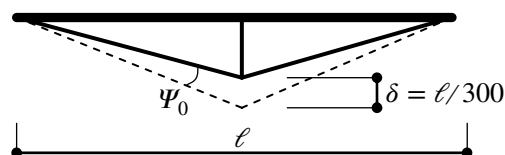


Figure 3. Deformation of Beam String Structure