H1-16

HMPS(Hamiltonian Moving Particle Semi-implicit)法を用いた非圧縮流体解析のエネルギー保存性に関する検討

Conservation of mechanical energy of HMPS in analysis of incompressible flow with wall boundaries

○中村勝哉[1]，小林義和[2]，小田憲一[2]，鈴村順一[2]
Katsuya Nakamura[1], Yoshikazu Kobayashi[2], Kenichi Oda[2], Jun-ichi Suzumura[2]

Particle methods have been applied for estimations of failure deformation of soil structures in recent, e.g. slope failure, due to its advantage on moving boundary problems. HMPS that was proposed by Koshizuka et al. is among the particle methods and it is characterized by its challenge to fulfill conservation of mechanical energy without any artificial viscosities by using symplectic scheme as time integration algorithm on Hamiltonian of incompressible flow. In this paper, the authors implemented HMPS and validated it with regard to conservation of mechanical energy by performing a series of numerical investigations on incompressive flow with wall boundaries. The results show that variation of mechanical energy is up to 0.4% of initial mechanical energy in the implementation.

1．　はじめに

近年, 性能設計の観点から, 土木構造物の変位予測の重要性が高まっている. この中でも斜面崩壊や堤防の沈下, 埋設構造物の浮き上がり問題等では, 幾何学的非線形性の影響が大きく, 更には境界の移動量が一般に大きくなることから, 移動境界問題を得意とする粒子法の適応が検討されてきた[1]. 粒子法は連続体の運動を離散粒子群の運動によって近似する計算手法[2)3)]であり, 計算格子を必要としないため, 複雑に変化する境界面を伴う問題を比較的容易に扱うことができる利点がある. 一方で粒子法は Hamilton 系の時間離散に起因する数値誤差によりエネルギーが保存されないことが指摘されている[2)]. その解決手法として越塚ら[2)3)]は HMPS 法を提案した. HMPS 法は Lagrangian で表現された運動方程式を Hamilton の運動方程式に変換させ、この運動方程式に Symplectic Scheme[3)]を適応することで時間離散後も Hamilton 系を保持し, エネルギーの保存を可能としている. 本研究では HMPS 法の特性を把握するために, 液体塊を液面に設置した例を対象に, その挙動を解析することによって HMPS 法におけるエネルギーの保存性について検討を行った.

2. 解析手法

HMPS 法では非圧縮流体の Hamiltonian を式(1)で示す.

$$H[q_1,\cdots,q_N,p_1,\cdots,p_N,\lambda_1,\cdots,\lambda_N]= \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2m_i}|p_i|^2+\lambda_i g_i(q_1,\cdots,q_N)+U_i\right] \quad (1)$$

ここで, Hは Hamiltonian, Nは総粒子数, mは粒子の質量, qは正準変位, pは正準運動量, gは非圧縮の拘束条件, λは拘束条件に対する未定乗数, Uは位置エネルギーである. ここでの正準運動量, 正準変位はそれぞれ物理空間上の運動量及び変位と同義である. 式(1)の右辺第一項は各粒子の運動エネルギーとなる. また, Lagrange の未定乗数法より右辺第二項の仕事量は考慮されない. そのため, 式(1)の Hamiltonian は各粒子の力学的エネルギーの総和を意味している. ここで式(1)の拘束条件を式(2)に示す.

$$g_i(q_1,\cdots,q_N)=|\Delta a_i|-\frac{m_i}{\sum_{j=1}^{N} m_j f_\delta(|q_i-q_j|)}=0 \quad (2)$$

ここで, $|\Delta a_i|$は粒子の体積, f_δはδ関数の近似に用いるqで微分可能な関数[3)]である. 式(2)は粒子の体積保存を表し, 粒子の体積は変位に依存せず一定であることを表す. ここで, 式(1)の Hamiltonian に Symplectic Scheme の一つである RATTLE 法[3)]を適応する. Fig. 1 に RATTLE 法の計算フローを示す.

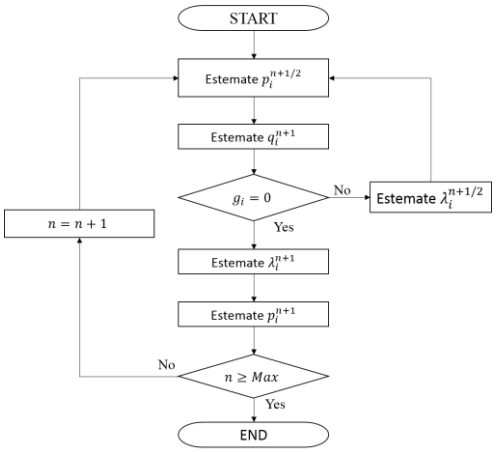

Fig. 1 Calculation Flow Chart

1 ステップ後の未定乗数λ^{n+1}は式(2)の時間微分で導出された線型方程式より求まる. 未定乗数と変位による拘束条件の微分値の積は粒子間に働く圧力となる.

3. 解析対象モデル

Table 1. Initial conditions

Gravity (m/s²)	Total Mechanical Energy(J)	Delta Reach (m)	Particles	Delta Time (s)	Mass (kg)
9.80665	15.3196	0.005	1225	0.001	0.0249947

1: 日大理工・院（前）・土木, 2: 日大理工・教員・土木

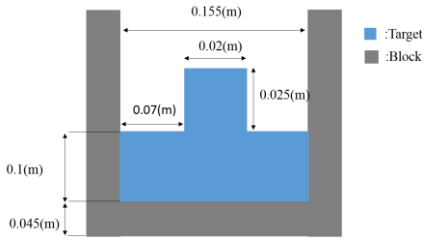

Fig. 2. The Model of Continua

本研究では, Fig. 2 に示されているように, 幅 0.155 m,深さ 0.1 m の非圧縮流体の自由境界面の上に置かれた液体を模擬する 25 個の正方形に形成された粒子群を設置したモデルを対象とした解析を行った. 重力により, 液面に設置された粒子群は変形し, 底面より 0.148 m で平面となることが予期される. ここで解析対象粒子は 625 個, 壁面粒子は 600 個,総粒子数は 1225 個である.各粒子の質量は粒子群の中心近辺の密度が 1000 kg/m^3 になるように設定した. 初期のエネルギーとして式(1)より求められた位置エネルギーを用いる. 壁面境界条件は式(2)において壁面粒子を既知の関数として扱うことで考慮する. また, 自由境界条件は式(2)において,外部粒子の質量が対象粒子と比べて十分小さく,無視できるものとして考慮する.

4. 結果・考察

Fig. 3 に, Table 1 の初期条件より求められた各時刻における粒子の挙動を示す. Fig. 3 によれば液面に設置された液体塊が崩壊し, 液面が平面を構成する過程が模擬されている. 0.02 秒から液面に設置された液体塊は正方形から変形し, 0.1 秒で完全に液面に沈み込んだ. Fig. 3(f) によれば, 液面が底面より約 0.15 m の高さで平面になったことにより安定しており, 幾何学的非線形が適切に考慮されていることがわかる. また, 液面に沈み込んだ液体塊は初期の液面からの高さ約 0.01 m の波を発生させ, 壁面に衝突しているが, 衝突に伴うエネルギー損失は考慮していないため, 対象粒子が壁面粒子に衝突後も力学的エネルギーは保存されている必要がある. Fig. 4 より力学的エネルギーは 2 秒まで一定の傾きで変化するが, その後, 傾きは緩やかになり一定となる. 力学的エネルギーは初期に与えたエネルギーと比べて, 5 秒後 0.4%減少していない. この減少分は非圧縮の拘束条件による圧力計算に起因すると考えられる. 自由境界では体積の導出に必要な粒子が少なく, 体積保存を満足させることが容易ではない. この問題は粒子数を増加させることで改善が見込まれる. 粒子群は平面を形成した後も細かい振動が継続する. これは越塚らも指摘しているように力学的運動に起因しない運動のランダム化の影響である. HMPS 法に限らず他の粒子法にも見られる挙動であり, 粒子数の増加によって改善することが指摘されている [3].

5. まとめ

本研究では HMPS 法の特性を把握するために, 液体塊を液面に設置したモデルを対象とした解析による HMPS 法における力学的エネルギーの保存について検討を行った. その結果, HMPS 法は粒子法の特性を生かし, 複雑に変化する自由水面の挙動を模擬しうることが可能で, さらに壁面を粒子群で模擬できることが確認された. また, 粒子法で課題とされていた力学的エネルギーの保存はこの例では初期の力学的エネルギーはほぼ保存されることが確認された.

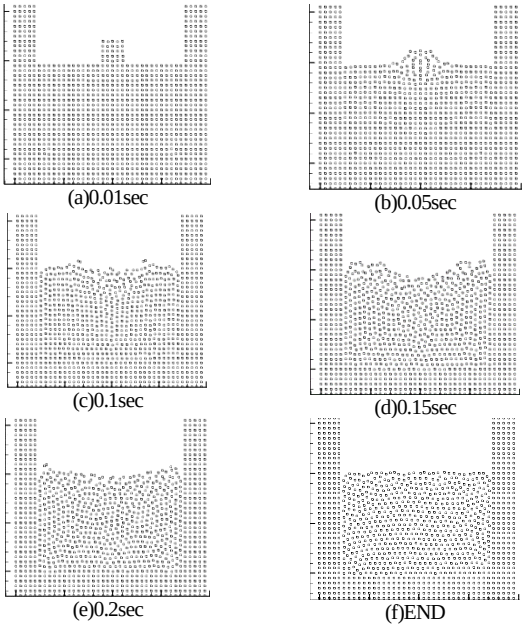

Fig. 3. The Motion of Continua

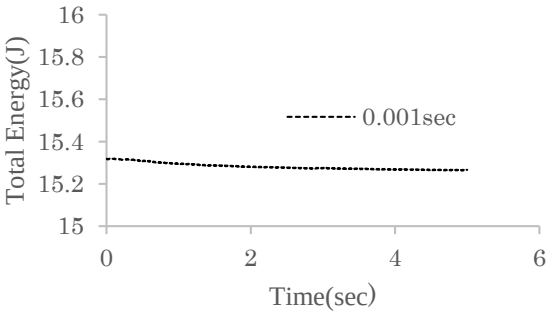

Fig. 4. Total Mechanical Energy

6. 参考文献

1) 前田　健一, 坂井　守, Smoothed Particle Hydrodynamics 法による粒状地盤の浸透破壊解析手法の開発, 応用力学論文集, Vol.7, pp.775-786, 2004 年

2) 鈴木　幸人, 越塚　誠一, 岡　芳明, HMPS 法の開発(第一報　運動方程式の導出), Transaction of JSCES, Paper No. 20050016, 2005 年.

3) 鈴木　幸人, 越塚　誠一, 岡　芳明, , HMPS 法の開発(第二報　シンプレティックスキームの適応), Transaction of JSCES, Paper No. 20050017, 2005 年.