H1-17

スライディング境界条件を用いた非適合メッシュに対する有限要素流れ解析法の構築

Development of the finite element flow analysis method on a non-conforming mesh by using the sliding boundary condition

○長井耀太郎 ¹,長谷部寛 ²,野村卓史 ² *Yotaro Nagai¹, Hiroshi Hasebe²,Takashi Nomura²

Abstract: In the present paper, we developed the finite element flow analysis method on a non-conforming mesh by using the sliding boundary condition. In order to treat the dot product term of two functions which are defined on the different boundaries, we assumed a subdivision boundary. The computational result on the non-conforming mesh shows the slight passage of the flow through the sliding boundary. A few changes were observed in the pressure field.

1. はじめに

風車ブレードの回転や列車のすれ違いの解析のような移動する物体の解析手法として,重合格子法¹⁾ や ALE 法²⁾ 等が用いられている.しかし,重合格子は近似量が多く,ALE 法はメッシュの変形量が大きくなると計算が破綻してしまう問題がある.そのため Y.Bazilevs らはヘリコプターのプロペラ回転解析のためにスライディング境界条件を考案した³⁾.本研究では様々な移動境界問題に応用することを目的として,スライディング境界条件を適用した有限要素流れ解析法の構築を試みた.

2. スライディング境界条件

スライディング境界条件とは、移動する解析物体に合わせて解析メッシュ全体を動かすのではなく、図 1 のように、スライディング境界上でメッシュを非適合として、解析を成立させる方法である。 非適合となった境界上だけを考慮すればよいので、これまでの手法に比べて複雑な運動をする物体の解析が容易になる.



図1 スライディング境界のイメージ

3. スライディング境界を適用した流れの有限要素方程式

本研究では支配方程式に、連続条件方程式、Navier-Stokes 方程式を使用した。Galerkin 法に基づいて支配方程式を離散化すると、式(1)のようになる。ここで ρ は流体の密度、 \mathbf{u} は流速ベクトル、p は圧力、 \mathbf{v} は動粘性係数、 \mathbf{w} は Navier-Stokes 方程式に対する重み関数、q は連続条件式に対する重み関数である。

$$\int_{\Omega} \mathbf{w} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) d\Omega
- \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{w}) p \ d\Omega + \int_{\Omega} \nabla^{s} \mathbf{w} \cdot 2\nu \nabla^{s} \mathbf{u} \ d\Omega
+ \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} \ d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{w} \cdot \sigma \mathbf{n} d\Omega = \mathbf{0}$$
(1)

スライディング境界条件を用いるために式(1)の左辺に 新たに以下の3つの項を加える.

$$-\int_{\Gamma_{cl}} (\mathbf{w}^R - \mathbf{w}^L) t (\mathbf{u}^R \cdot p^R) - t (\mathbf{u}^L \cdot p^L) d\Gamma_{sl}$$

$$-\int_{\Gamma_{sl}} \{ \widehat{t} \left(\mathbf{w}^R \cdot q^R \right) - \widehat{t} \left(\mathbf{w}^L \cdot q^L \right) \} \left(\mathbf{u}^R - \mathbf{u}^L \right) d\Gamma_{sl}$$
 (2)

$$+ \int_{\Gamma_{sl}} (\mathbf{w}^R - \mathbf{w}^L) \tau_B (\mathbf{u}^R - \mathbf{u}^L) d\Gamma_{sl} \qquad \tau_B = \frac{C_B \mu}{h_{sl}}$$

式 (2) の第 1 項が応力の連続性を保つための項,第 2 項が解の安定性を保つための項,第 3 項が流速の連続性を保つための項である. Γ_{sl} はスライディング境界を表す. t は応力テンソル, \hat{t} は応力テンソルの変数を \mathbf{u} 、 \mathbf{p} から重み関数 \mathbf{w} , \mathbf{q} に置換したものである.添え字の \mathbf{R} , \mathbf{L} はそれぞれ右側境界と左側境界を表している. τ_B は安定化パラメータであり, μ は粘性係数, \mathbf{h} は要素長, \mathbf{C}_B は $\mathbf{4}.0$ が推奨されている. 本研究では第 $\mathbf{3}$ 項の流速の連続性を保つための項のみを考慮して解析を行った.

4. 境界面の扱い

スライディング境界を実装するために新たに追加した 項を展開すると式(3)となる.第2項と第3項には左側 境界上と右側境界上の関数の積が存在する.

$$\int_{\Gamma_{sl}} \tau_B \left(\mathbf{w}^R \mathbf{u}^R - \mathbf{w}^R \mathbf{u}^L - \mathbf{w}^L \mathbf{u}^R + \mathbf{w}^L \mathbf{u}^L \right) d\Gamma_{sl}$$
 (3)

これらの項を扱うために右側境界と左側境界の間に新たに図2に示す細分化境界を作成する.

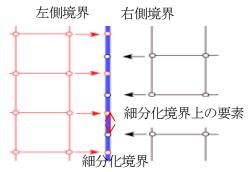


図2 細分化境界のイメージ

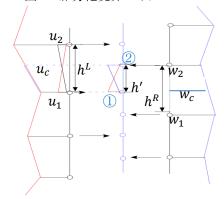


図3 細分化境界における形状関数と未知変数

式 (3) の第 2 項を例に,混合項の積分法を述べる.細分 化境界上の要素の形状関数は,左側及び右側境界上の要素と同じ関数を用いる.図 3 の節点①の流速は左側境界 の u_1 に等しく節点②の流速は左側境界の u_c に等しい. u_c は u_1 , u_2 および辺長 h^L ,h'から式(4)として得られる.同様に重み関数の節点値を求めると式(5)となる.式(3)の第2項の係数マトリックスは式(6)のように表される.

$$u_{c} = \frac{h'}{h^{L}}u_{1} + (1 - \frac{h'}{h^{L}})u_{2} = \alpha u_{1} + (1 - \alpha)u_{2}$$
 (4)

$$w_c = (1 - \frac{h'}{h^R})w_1 + \frac{h'}{h^R}w_2 = (1 - \beta)w_1 + \beta w_2$$
 (5)

$$\langle w_{1}, w_{2} \rangle \begin{bmatrix} N_{1} + \alpha N_{2} & (1 - \alpha) N_{2} \\ \cdot (1 - \beta) N_{1} & \cdot (1 - \beta) N_{2} \\ N_{1} + \alpha N_{2} & (1 - \alpha) N_{2} \\ \cdot \beta N_{1} + N_{2} & \cdot \beta N_{1} + N_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \end{bmatrix} (6)$$

5. 解析条件と解析結果

図4に示すように解析領域の中央で非適合となるメッシュを用いて、スライディング境界条件の効果を確認する解析を行った. 非適合の境界にスライディング境界条件を適用した場合と適用しなかった場合(Traction free 条

件となる)を比較した. 図 5,6 に示した解析結果のうち, (a) はスライディング境界条件を適用しない場合, (b) はスライディング境界条件を適用した場合である. スライディング境界条件を用いた計算は通過する流速が非常に小さいが流れが通過することが確認できた. また圧力場にも変化が見られた.

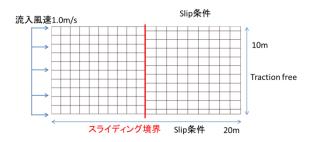
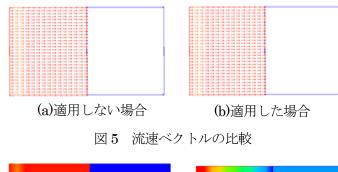


図4 解析条件とメッシュ



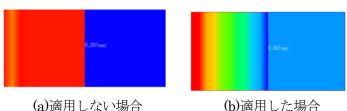


図 6 圧力分布の比較

6. まとめ

非適合メッシュ上に細分化境界を作成し、スライディング境界条件を適用し流れ解析を行った.非適合の境界を通過する値は小さいが、若干流れが通過することを確認した.今後は圧力の連続性を保つ項や解の安定性を保つ項を追加し検討する.

参考文献

[1] 伊藤 嘉晃ら: LES のための重合格子法、第19回風工学会シンポジウム, pp283-288, 2008

 $\label{eq:computational} \ensuremath{\text{[2]Y.Bazilevs: Computational Fluid-Structure Interaction,}} WILEY\ , 2013$

[3]Y.Bazilevs: NURBS-based isogeometric analysis for the computation of flows about rotating components, Comput Mech(2008) vol43:pp143-150,2008