階段状水路における nonaerated skimming flow の特性 Caracteristics of nonaerated skimming flows in stepped channels

○山元雄生<sup>1</sup>,高橋正行<sup>2</sup>
 ○ Yuki Yamamoto<sup>1</sup>, Masayuki Takahashi<sup>2</sup>

Abstract: For hydraulic design of stepped channels, it is important to know the nonaerated skimming flow depth and the boundary layer development. However, characteristics of nonaerated skimming flows have not yet been clarified. This report presents resonable equations for estimating the boundary layer development and the water surface profile along the channels for nonaerated skimming flows, indicating the effect of the channel slope and the relative step height on the depth and the boundary layer development.

# 1 まえがき

急傾斜地の水路や堰・ダムを流下する高速流を傾斜面 上で減勢させる方法として階段状水路は利用されてい る<sup>[4],[5]</sup>. 階段状水路に流入して skimming flow (各ス テップ隅角部で常に渦の形成される流況<sup>[4]</sup>)が形成され た場合,底面から乱流境界層が発達し,ある程度の距離 を流下した断面で乱流境界層が水面に到達する (Fig.1). この断面を inception point (以下 I.P.) という.この断面よ り下流側では水面から空気が混入し aerated flow となる.

近年の多発する集中豪雨による超過洪水がダムや embankment dam の階段状洪水吐を流下する場合,あるいは 階段状の落差工で大流量の越流が生じた場合,階段状水 路上の流れが全て nonaerated skimming flow の流況とな り,この場合の水理特性の解明が階段状水路の水工設計 のために必要である.しかしながら,従来の研究<sup>[2],[3],[6]</sup> では水深と境界層厚の実験結果を単に示したにすぎず, これらを理論的に求めるための検討は不十分であった.

本研究では、embankment dam で多く用いられる水路 傾斜角度  $\theta \leq 30^{\circ}$  を含む  $\theta = 19^{\circ} \sim 55^{\circ}$  の階段状水路の nonaerated skimming flow を対象に、境界層厚を合理的 な実験式で示し、水深は解析的に求めた. さらに、水路 傾斜角度  $\theta$  と相対ステップ高さ  $S/d_c$  が水深および境界 層厚に与える影響を明らかにした.

### 2 実験

実験は幅 B = 0.4m の長方形水路に高さ  $H_{dam} = 0.6m$  の階段状水路を設置し、 $\theta = 19^{\circ} \sim 55^{\circ}, S/d_c = 0.2 \sim 0.9$  の条件で行われた. Nonaerated skimming flow のエッジ 断面の流速 u の測定にはピトー管 (管径 3mm:JIS-B8330 規格),水深 d の測定にはポイントゲージを用いた.

## 3 流速分布

Nonaerated skimming flow の乱流境界層内の流速分布 を $u/U = f(y/\delta, \theta, S/d_c, x/d_c)$ の関係で整理した一例を Fig.2 に示す. ここに、 $\delta$  は乱流境界層厚さ、U は乱流境界 層外縁流速である. なお、 $\delta$  はu = 0.99U となる高さと定 義されている. Fig.2 に示されるように、乱流境界層内の 流速分布は次式に示す 1/N乗則で近似され、N の値は流 下距離  $x/d_c$  に関わらず一定である.

$$u/U = (y/\delta)^{1/N} \ (0 \le y \le \delta) \tag{1}$$



Figure1: Flow regions of skimming flow



developments

Aerated flow における流速分布  $(u/u_{0.9} = (y/y_{0.9})^{1/N})$ の N の値を求める実験式は (2) 式のように提案されている<sup>[5]</sup>. ここに  $y_{0.9}$  は空気混入率が 90% となる高さ,  $u_{0.9}$ は  $y = y_{0.9}$  での流速である。

$$N = 14\theta^{-0.65} \frac{S}{d_c} \left(\frac{100}{\theta} \frac{S}{d_c} - 1\right) - 0.041\theta + 6.27$$
(2)

(2) 式を (1) 式に代入して得られた u/U を Fig.2 の各線で 示す. Fig.2 より, 各線は実験値をほぼ満足している. これ より, N の値は空気混入の有無や  $x/d_c$  に関わらず, 与え られた  $\theta \ge S/d_c$  によって (2) 式で近似される.

### 4 乱流境界層の発達状態

平坦な傾斜水路の場合,δは次式によって示される<sup>[1]</sup>.

$$\delta/x = a(x/k)^{-b} \tag{3}$$

ここに, *a*, *b* は定数, *k* は等値粗度高である. 階段状水路の skimming flow においては, *k* を階段の凹凸 (Fig.1) とす ると  $k = S \cos \theta$  となる.  $q = \int_0^d u dy = U[d - \delta^*]$  より次 式が得られる. ここに  $\delta^*$  は排除厚さである.

$$U = q/(d - \delta^*) = q/\{d - \delta/(N + 1)\}$$
(4)

<sup>1:</sup>日大理工・院(前)・土木 2:日大理工・教員・土木

乱流境界層が水面に到達した critical point(以下 C.P. と略 す) では,  $d_i = \delta$ ,  $U = U_i$  であるから, これらを (3), (4) 式 に代入すると, (5), (6) 式が得られる.

$$d_i = a(x_i^{-b+1}/k^{-b}),$$
(5)

$$U_i = \{ (N+1)/N \} (q/d_i)$$
(6)

ここに, *x<sub>i</sub>* は階段傾斜始端から C.P. までの流下距離, *d<sub>i</sub>* は C.P. の水深, *U<sub>i</sub>* は C.P. での水表面の流速である.

Fig.1 に示される断面①, ②間においてエネルギー損 失を無視できるものと仮定すると, 階段状水路の傾斜 始端 (断面②) における全水頭は堰上流側 (断面①) の全 水頭と等しい.境界層外ではポテンシャル流として流 れを取り扱えることを考慮して, 断面②と断面④の間 で自由水面の流線に沿ってベルヌーイの定理を適用す る.また,限界流速  $V_c(=q/d_c = \sqrt{gd_c})$ で無次元化し,  $(x_i/d_c) \sin \theta \gg \{1.5 - (d_i/d_c) \cos \theta\}$ とすると,

$$U_i/V_c = \sqrt{2(x_i/d_c)\sin\theta} \tag{7}$$

となる. (5) 式および (7) 式を(6) 式に代入すると,

$$\frac{x_i}{k} = \left(\frac{1+N}{N}\frac{1}{a\sqrt{2}}\right)^{1/(1.5-b)} F_*^{1/(1.5-b)}$$
(8)

が得られる. ここに,  $F_*$  は roughness Froude number であ り,  $F_* = q/\sqrt{g \sin \theta k^3}$  で定義されている. C.P. で水面に乱 れが到達し水面から空気混入し始め, I.P. になる<sup>[1]</sup>. I.P. までの相対距離  $x_i/k$ の実験式は

$$x_i/k = 5.0F_*^{0.97} \ (19^\circ \le \theta \le 53^\circ) \tag{9}$$

のように提案されている<sup>[6]</sup>. (8) 式と (9) 式の  $x_i$  は同じため, a = 0.135(N + 1)/N, b = 0.469 となり, それらを(3) 式に代入すると,

$$\frac{\delta}{x} = 0.135 \frac{1+N}{N} \left(\frac{x}{k}\right)^{-0.469} (19^\circ \le \theta \le 55^\circ, R^2 = 0.63)$$
(10)

が得られる.  $\delta/x$  は Fig.3 に示されるように, (10) 式 で近似することができる. なお, (10) 式を [ $\delta/d_c$  = f( $x/d_c$ ,  $S/d_c$ ,  $\theta$ )] の関係に変数変換すると (11) 式にな る. すなわち, 与えられた  $x/d_c$ ,  $\theta$ ,  $S/d_c$  に対して (2) 式と (11) 式を用いることで  $\delta/d_c$  が求められる.

$$\frac{\delta}{d_c} = 0.135 \frac{1+N}{N} \left\{ \left(\frac{S}{d_c}\right) \cos\theta \right\}^{0.469} \left(\frac{x}{d_c}\right)^{0.531}$$
(11)

Fig.4, 5 に nonaerated skimming flow の  $\delta/d_c$  の実測値と 計算値の一例を示す. Fig.4 に示されるように, 与えられ た $\theta, x/d_c$  に対して,  $S/d_c$  の減少に伴い $\delta/d_c$  は減少して いる. Fig.5 に示されるように, 与えられた  $S/d_c, x/d_c$  に 対して,  $\theta$  の変化が  $\delta/d_c$  に与える影響は小さい.

#### 5 水面形

各ステップエッジを結んだ仮想底面を考え, 階段状水 路の傾斜始端 (断面②) と 評価断面 (*x* = *x*, 断面③) 間の 自由水面の流線に沿ってポテンシャル流のベルヌーイの 定理を適用する (Fig.1) と 次式が得られる.

$$1.5d_c + x\sin\theta = d\cos\theta + (U^2/2g) \tag{12}$$



Figure 4: Effect of  $S/d_c$  on  $d/d_c$  and  $\delta/d_c$  for  $\theta = 19^\circ$ 



Figure 5: Effect of  $\theta$  on  $d/d_c$  and  $\delta/d_c$  for  $S/d_c = 0.4$ (4) 式を (12) 式に代入し, 流下距離 x で微分すると,

$$\frac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}x} = \frac{\sin\theta - \frac{d_c^2}{(d-\delta^*)^3} \frac{\mathrm{d}\delta^*}{\mathrm{d}x}}{\cos\theta - \frac{d_c^2}{(d-\delta^*)^3}} \tag{13}$$

となる. 境界条件は実験結果より x = 0 で  $d/d_c \approx 0.7$  と  $\delta^*/d_c \approx 0$ を用い, (13) 式を解き,  $\delta^* = \delta/(1 + N)$ を代入 すると, 次式が得られる.

$$\frac{d}{d_c} = \frac{1}{1+N} \frac{\delta}{d_c} + \left[ 0.7^{-2} + 2\left\{ \frac{x}{d_c} \sin \theta - \left(\frac{d}{d_c} - 0.7\right) \cos \theta \right\} \right]^{-\frac{1}{2}}$$
(14)

Fig.4, 5 に nonaerated skimming flow の水面形の実測値 と計算値の一例を示す. 図に示されるように,  $d/d_c$  の計 算値と実測値は  $R^2 = 0.97$  となり, ほぼ一致している. Fig.4 に示されるように, 与えられた  $\theta \ge x/d_c$  に対して,  $S/d_c$  の変化が  $d/d_c$  に与える影響は小さい. Fig.5 に示さ れるように, 与えられた  $S/d_c \ge x/d_c$  に対して,  $\theta$  の増加 に伴い  $d/d_c$  は小さくなる.

#### 参考文献

- W. J. Bauer. Turbulent boundary layer on steep slopes. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 119, pp. 1212–1233, 1954.
   I. Meireles and J. Matos. Skimming flow in the non-
- [2] I. Meireles and J. Matos. Skimming flow in the nonaerated region of stepped spillways over embankment dams. *Journal Hydraulic Engineernig*, Vol. 135, No. 8, pp. 685–689, 2009.
- [3] I. Meireles, F. Renna, J. Matos, and F. Bombardelli. Skimming, non-aerated flow on stepped spillways over rcc dams. *Journal Hydraulic Engineernig*, Vol. 138, No. 10, pp. 870–877, 2012.
  [4] I. Ohtsu, Y. Yasuda, and M. Takahashi. Flow character-
- [4] I. Ohtsu, Y. Yasuda, and M. Takahashi. Flow characteristics of skimming flows in stepped channels. *Journal Hydraulic Engineernig*, Vol. 130, No. 9, pp. 860–869, 2004.
- [5] M. Takahashi and I. Ohtsu. Aerated flow characteristics of skimming flow over stepped chutes. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 50, No. 4, pp. 427–434, 2012.
- [6] 高橋正行, 大津岩夫. 階段状水路における nonaerated skimming flow. 土木学会論文集 B1(水工学), Vol. 70, No. 4, pp. 1781 1786, 2014.