多重極法による光導波路の解析 - 精度の検討 -Analysis of Optical Waveguide by Multipole Method

- A study of precision -

○須田翔大¹, 古川慎一², 亀田和則³ *Shota Suda¹, Shinichi Furukawa², Kazunori Kameda³

Abstract: Multipole method (MM) is suitable for an analysis of waveguides with multiple circular regions such as circular cores and hollow pits. In this study, it is found that for the cases of 3-circular cores and 2-circular cores with 1-circular hollow pit, numerical results obtained by MM have good agreements in comparison with those obtained by point matching method.

1. まえがき

複雑な断面で構成される光導波路の伝搬特性解析には, 形状の特徴に応じて有限要素法^[1],境界要素法^[2],多 重極法^[3],点整合法^[4]などの手法が用いられる.任意 に配置した複数の円形領域(コアとピット)で構成する 導波路の場合,多重極法による解析が有用である^[3].多 重極法は,これまで高精度な解析手法との具体的な比較 が殆どなされていない.

本研究では、多重極法(Multipole method,以下 MM と 呼ぶ)を用いて伝搬特性を求め、精度の検討および高精 度な解の得られる点整合法(Point Matching Method,以下 PMM と呼ぶ)の結果との比較を行った.具体的な構造 として,(Al)3つの円形コアを配置した場合,(A2)2つ の円形コアと1つの円形ピットを配置した場合,につい て検討した.

2. 解析法

解析する構造の断面と座標系を図1に示す. z 軸は紙面に垂直とし、軸方向への伝搬定数を β 、時間因子を exp($-j\omega t$)と置く.このときすべての電磁界はexp($j\beta z - j\omega t$)に比例するので、以下この因子を省略する.円形領域の中心に原点 O_i をとり、円筒座標系(r_i, θ_i, z) ($i=1,2,3, \cdots, L$)を用いてモード展開し、多重極法(MM)により 伝搬特性を解析する.以下では数値解析に必要な点のみ を述べる.

原点を O_i を中心とする半径 a_i の内部領域(コアまたは ピット領域)の屈折率を n_i とし、外部領域(クラッド領域)の屈折率を n_c とする.モードの打切り数をNとした 場合の各領域の電磁界は以下のとおりである. コア領域:

$$E_{zi} = \sum_{\nu=-N}^{N} A_{\nu}^{(i)} J_{\nu} \left(\eta_{i} r_{i} \right) \exp\left(-j \nu \theta_{i} \right)$$
(1)

$$H_{zi} = \sum_{\nu=-N}^{N} B_{\nu}^{(i)} J_{\nu} \left(\eta_{i} r_{i} \right) \exp\left(-j\nu\theta_{i} \right)$$
(2)

 $\eta_i^2 \triangleq n_i^2 k^2 - \beta^2$, k:真空中の波数, $J_{\nu}()$:第1種 Bessel 関数. $\eta_i^2 < 0$ ($n_i < n_c$)となる場合は, $\xi_i^2 \triangleq \beta^2 - n_i^2 k^2$ とし



Figure 1. Cross section and coordinate system of waveguides.

クラッド領域:

Bessel 関数の加法定理を適用し、次式のように展開する.

$$E_{zc} = \sum_{\nu=-N}^{N} \left[F_{\nu}^{(i)} I_{\nu} \left(\xi_{c} r_{i} \right) + C_{\nu}^{(i)} K_{\nu} \left(\xi_{c} r_{i} \right) \right] \exp\left(-j\nu\theta_{i}\right) \quad (3)$$
$$H_{zc} = \sum_{\nu=-N}^{N} \left[G_{\nu}^{(i)} I_{\nu} \left(\xi_{c} r_{i} \right) + D_{\nu}^{(i)} K_{\nu} \left(\xi_{c} r_{i} \right) \right] \exp\left(-j\nu\theta_{i}\right) \quad (4)$$

但し,

$$F_{\nu}^{(i)} \triangleq \sum_{l \neq i} \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=-N}^{N} C_{m}^{(l)} K_{\nu-m} \left(\xi_{c} r_{i}^{l} \right) \exp\left\{ j \left(\nu \theta_{i}^{l} - m \theta_{l}^{i} \right) \right\}, \quad (5)$$

$$G_{\nu}^{(i)} \triangleq \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=-N}^{N} D_{\nu}^{(l)} K_{\nu-m} \left(\xi_{c} r_{i}^{l} \right) \exp\left\{ i \left(\nu \theta_{i}^{l} - m \theta_{i}^{i} \right) \right\} \quad (6)$$

$$G_{\nu}^{(l)} \triangleq \sum_{l \neq i} \sum_{l=1}^{l} \sum_{m=-N} D_{m}^{(l)} K_{\nu-m} \left(\xi_{c} r_{i}^{l}\right) \exp\left\{j\left(\nu\theta_{i}^{l} - m\theta_{l}^{i}\right)\right\}.$$
(6)

 $\xi_c^2 \triangleq n_c^2 k^2 - \beta^2, K_v():$ 第 2 種変形 Bessel 関数.

Maxwell の方程式から導出した $E_{\theta i}$, $H_{\theta i}$ (内部領域)と $E_{\theta c}$, $H_{\theta c}$ (外部領域)及び式(1)~(4)を用いて,境界条件($r_i = a_i$)を満足させ,得られた固有値方程式から伝搬定数を求める.

1:日大理工・院(前)・電気 2:日大理工・教員・電気 3:佐野短期大学



3. 数值解析

結果の図中に示したコア(屈折率 n_1)とクラッド(屈 折率 n_2)の比屈折率差は、 $\Delta \triangleq (n_1 - n_2)/n_2$ とした.

(A1) と (A2) (図2参照) は非軸対称な構造であるた め, 直交する2つの偏波(x 偏波, y 偏波)の伝搬定数(β_x , β_y)の精度について検討する.図3は,(A1)と(A2) の N に対する規格化伝搬定数 b_x (\triangleq [(β_x/k)²) $-n_c^2]/(n_1^2 - n_c^2) \ge b_y$ (\triangleq [(β_y/k)² $-n_c^2$]/ $(n_1^2 - n_c^2)$)の収束で ある. $b_x \ge b_y$ について,(A1) は外挿で求めた真値との 相対誤差を 0.01%以下とするために $N \ge 5$,(A2) は外挿 で求めた真値との相対誤差を 0.1%以下とするために $N \ge 11$, とすればよい.

図4は(A1)と(A2)の伝搬特性(規格化周波数 $V \triangleq ka_1\sqrt{n_1^2 - n_c^2}$ に対する $b_x \ge b_y$, k:真空中の波数, a_1 :コ ア半径)をそれぞれ示した図である.実線(b_x) と破線 (b_y)が MM, • (b_x) と▲ (b_y)が PMM の計算結果で ある.両手法から求めた $b_x \ge b_y$ の特性は、Vを一定とし たとき、(A1) と(A2)のいずれの構造についても全て のモードで良く一致している.

4. まとめ

本研究では、多重極法(MM)を用いて伝搬特性を求め、高精度な解の得られる点整合法(PMM)の結果との 比較を行った.両解析法により得られた伝搬特性は良く 一致していることから、MM が有用であると言える.

5. 参考文献

[1] M.Koshiba, K.Saitoh : "Numerical verification of degeneracy in hexagonal photonic crystal fibers", IEEE Photonics tecnology letters, vol.13, no.12, pp.1313-1315, 2001.

[2] N.Guan, S.Habu, K.Himeno, A.Wada : "Characteristics of field confined holy fiber analyzed boundary elements method", OFC2002, ThS5, pp.525-527.

[3] Z.Zhu and T,GBrown : "multipole analysis of hole-assisted optical fibers", optics communication, vol.206, pp.333-339, 2002.

[4] 亀田, 細野:「コアの外部に中空円形ピットを持つ偏波スプ リッタの特性」,信学論(C-I), vol.J78-C-I, no.6, pp.273-281, 1995.



Figure 3. Convergence of propagation constants b_x and b_y .



Figure 4. Comparison of MM with PMM.