## 微小金円柱の電磁波散乱解析 -円柱サイズと非局所的効果-Analyis of Electromagnetic Scattering from a Gold Nano Cylinder -Non Local Effects due to the Cylindrical Size-

○渡部慎太郎<sup>1</sup>,長澤和也<sup>1</sup>,大貫進一郎<sup>2</sup>

\*Shintaro Watanabe<sup>1</sup>, Kazuya Nagasawa<sup>1</sup>, Shinichiro Ohnuki<sup>2</sup>

Abstract: We study electromagnetic scattering from a gold nano cylinders. Exact solutions are derived for the Drude and Hydrodynamic drude models. The non-local effects are investigated for varying the cylindrical size.

1. はじめに

近年,微小金粒子の光学応答が,現在広く用いられる Drude 光学応答モデル(DM)を用いた解析値と実験値とで,差異を生じることが報告された<sup>[1]</sup>.この原因は 非局所的効果の影響であり,新しくHydrodynamic drude 光学応答モデル(HDM)が提案された.本論文では, HDM の二次元金円柱のサイズを変化させ,非局所的効 果が光学応答に及ぼす影響を明らかにする.

## 2. 解析手法

本報告では, Fig.1 に示す自由空間中に置かれた二次 元金円柱に H 波を入射した際の厳密解を, DM 及び HDM に対してそれぞれ求め,全断面積の比較を行う <sup>[2-3]</sup>.

## 2.1 円柱内部外部の電界

入射電界を E<sup>i</sup>, 散乱電界を E<sup>i</sup> とすると次のように定 義される.

$$\mathbf{E}^{i} = \left(j/k_{0}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} \mathbf{M}_{n}\left(k_{0}a\right)$$
<sup>(1)</sup>

$$\mathbf{E}^{s} = \left(j/k_{0}\right)\sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} a_{n} \mathbf{M}_{n}\left(k_{0} a\right)$$
<sup>(2)</sup>

ここで, *k*<sub>0</sub>:自由空間中の波数, *a*: 円柱半径, *a*<sub>n</sub>: 未 知散乱係数である. 更に, **M**<sub>n</sub> は円筒座標系のベクトル 関数であり, 次式より表される.

$$\mathbf{M}_{n} = \nabla \times [\mathbf{a}_{z} Z_{n}(kr) \exp(jn\theta)]$$
(3)

ここで、 $Z_n(kr)$ は特殊関数でありそれぞれ Bessel 関数  $J_n(kr)$ または、第二種 Hankel 関数  $H_n^{(2)}(kr)$ を用いる.また、 $\theta$ は観測角である.



Figure 1. Computational geometry and coordinate systems

DM の場合,円柱内部の電界は,以下の式となる.

$$\mathbf{E}^{T} = \left(j/k_{T}\right)\sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} g_{n} \mathbf{M}_{n}\left(k_{T} a\right)$$
(4)

ただし、 $k_T$ :波数、 $g_n$ : 未知展開係数である. 円柱内部 が HDM の場合、式(3)で表される横モードの電界に加 えて、次式により定義される縦モードの電界を考慮す る.

$$\mathbf{E}^{L} = \left(j/k_{0}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} h_{n} \mathbf{L}_{n} \left(k_{T} r\right)$$
(5)

ここで、 $h_n$ : 未知展開係数、 $L_n$ : 円筒座標系のベクト ル方関数であり、 $L_n$ は次式となる.

$$\mathbf{L}_{n} = \nabla [Z_{n}(kr)\exp(jn\theta)]$$
(6)

2.2 円柱内部外部の磁界

円柱外部の磁界として入射磁界 H<sup>i</sup> 及び散乱磁界 H<sup>i</sup> は次のように定義される.

$$\mathbf{H}^{i} = \left(\sqrt{\varepsilon_{m}} / k_{0}\right) \sum_{n = -\infty}^{\infty} j^{n} \mathbf{N}_{n}(k_{0}a)$$
<sup>(7)</sup>

$$\mathbf{H}^{s} = \left(\sqrt{\varepsilon_{m}}/k_{0}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} a_{n} \mathbf{N}_{n}(k_{0}a)$$
(8)

ここで、 $\epsilon_m$ :自由空間中の比誘電率、 $N_n$ :円筒座標系 のベクトル関数であり、次式となる.

1:日大理工・院(前)・電気 2:日大理工・教員・電気

(9)

$$\mathbf{N}_n = (1/k) \nabla \times \mathbf{M}_n$$

円柱内部の磁界は、次式により求まる.

$$\mathbf{H}^{T} = \left(\sqrt{\varepsilon_{m}}/k_{0}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{n} g_{n} \mathbf{N}_{n}(k_{T}a)$$
(10)

以上で定義された電磁界を,円柱の表面(r=a)において 電磁界の接線成分連続および,法線成分連続の条件を 満足するように,未知係数 a<sub>n</sub>, g<sub>n</sub>,及び h<sub>n</sub>を決定する.

3. 解析結果

本報告では,全断面積を厳密解より求め,DM と HDM の比較を行う.全断面積 *Ce* は上述で求めた未知 係数 *a*<sub>n</sub>を用いて以下の式より表される.

$$Ce = -(2/k_0 a) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{Re} a_n \tag{11}$$

Fig.2 に, 半径 *a* = 100 nm としたときの全断面積を示 す. DM と HDM は図上で完全に一致することを確認 した.

Fig.3 に半径 *a* = 1 nm としたときの結果を示す. 図より, HDM の共振ピークが DM と比べると小さくなり, 共振波長も短波長側にシフトした. 更に,短波長側で HDM の結果は小さく共振していることがわかった. HDM では, 円柱内部の電界を横モードに加えて縦モー ドも考慮しているため,短波長側での小さな共振ピー クが確認できる.

Table 1 は Fig.3 中の DM のピーク値における打切り 項数 Nh = 80 としたときの計算結果を真値とし,打切 り項数を変化させた際の相対誤差の結果である.両者 は Nh = 3 以上とすれば有効桁数の範囲で完全に収束す ることがわかる.

4. まとめ

自由空間中に置かれた二次元金円柱に H 波を入射し た際の全断面積を厳密解より求め, DM 及び HDM の 比較を行った.その結果,半径が 100 nm の場合,両者 は図上で良く一致した.しかし,半径を1 nm とすると, 共振ピーク及び共振波長に差異を生じることが確認で きた.更に,HDM では短波長側で小さく共振すること がわかった.

## 5. 謝辞

本研究の一部は、私立大学戦略的研究基盤形成支援 事業の援助を受けて行われた.



**Figure 3.** Extinction width for a = 1 nm.

Table 1. Relative error for varying the truncation number Nh

| Nh | 相対誤差                    |                         |
|----|-------------------------|-------------------------|
|    | DM                      | HDM                     |
| 1  | $1.513 \times 10^{-7}$  | $7.508 \times 10^{-8}$  |
| 2  | $7.034 \times 10^{-12}$ | $2.000 \times 10^{-12}$ |
| 3  | $5.724 \times 10^{-16}$ | $2.677 \times 10^{-17}$ |

6. 参考文献

[1] C. Ciraci, R. T. Hill, J. J. Mock, Y. Urzhumoc,

A. I. Fernandez-Dominguez, S. A. Maier, J. B. Pendry,

A. Chilkoti, and D.R. Smith : "Probing the Ultimate Limits of Plasmonic Enhancement", Science, Vol. 337, No. 6098, pp. 1072—1074, August, 2012.

[2] R. Ruppin, : "Extinction properties of thin metallic nanowires", Optics Communications, Vol. 190, pp. 205—209, April 2001.

[3] 渡部慎太郎,長澤和也,大貫進一郎,:"微小金属円 柱における近傍界の電磁界解析-非局所的効果を考慮 した誘電体モデルー",電子情報通信学会,2015 年ソ サイエティ論文集,C-1-10.